ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ИВАНОВСКАЯ ПОЖАРНО-СПАСАТЕЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ПРОТИВОПОЖАРНОЙ СЛУЖБЫ МИНИСТЕРСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ ПО ДЕЛАМ ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ, ЧРЕЗВЫЧАЙНЫМ СИТУАЦИЯМ И ЛИКВИДАЦИИ ПОСЛЕДСТВИЙ СТИХИЙНЫХ БЕДСТВИЙ»

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН
ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

Сертификат: 3DA0B7AADF4519B7FFCCBAFB13B97878
Владелец: Федоринов Александр Сергеевич
Действителен: с 17.03.2023 до 09.06.2024

Методические рекомендации для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Прикладная механика»

Специальность
40.05.03 Судебная экспертиза

Специализация
«Инженерно-технические экспертизы»

Иваново 2023

Кропотова Н.А.

Методические рекомендации для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Прикладная механика» (далее – методические рекомендации) по специальности 40.05.03 Судебная экспертиза, специализация «Инженерно-технические экспертизы» – Иваново: ИПСА ГПС МЧС России, 2023. – 40 с.

Методические рекомендации содержат краткое изложение дисциплины «Материаловедение» в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования – специалитет по специальности 40.05.03 Судебная экспертиза и основной профессиональной образовательной программы высшего образования по специальности 40.05.03 Судебная экспертиза, советы по планированию и организации времени, необходимого на изучение дисциплины, пожелания по изучению отдельных тем курса, рекомендации по использованию материалов учебно-методического комплекса, рекомендации по работе с литературой; советы по подготовке к промежуточной аттестации.

Методические рекомендации рассмотрены на заседании кафедры механики, ремонта и деталей машин (в составе УНК «Пожаротушение»).

Протокол № «14» от «10» мая 2023 г.

Методические рекомендации обсуждены и одобрены на заседании методико-педагогического совета Ивановской пожарно-спасательной академии ГПС МЧС России.

Протокол №14 от «10» мая 2023 г.

© ИПСА ГПС МЧС России, 2023

СОДЕРЖАНИЕ

№ п/п	Наименование раздела	Стр.
1.	Введение.	4
2.	Методические рекомендации по изучению тем дисциплины	5
2.1	Тема 1. Основные понятия статики	5
2.2	Тема 2. Простые виды деформаций	15
2.3	Тема 3. Прямой поперечный изгиб	24
2.4	Тема 4. Сложное сопротивление	29
3.	Методические рекомендации для подготовки к промежуточной аттестации	34
4.	Словарь терминов по дисциплине «Прикладная механика»	39

Введение

Дисциплина «Прикладная механика» является основой общетехнической и общепрофессиональной подготовки инженера любого профиля, в частности, инженера пожарной безопасности.

Развитие современной техники ставит перед специалистами самые разнообразные задачи, связанные с расчетом различных сооружений (зданий, мостов, каналов, плотин и т.п.), с эксплуатацией всевозможных машин, механизмов, двигателей и, в частности, таких объектов, как пожарные автомобили, составляющие их узлы (гидроприводы, насосы). Конструирование машины независимо от того, выполняется оно учащимся или опытным инженером, - процесс творческий. Каждая конструкторская задача, как правило, имеет много решений. Опираясь на имеющиеся теоретические знания, учащийся должен выбрать из многих возможных решений одно, наилучшее. При этом ему приходится принимать во внимание часто противоречивые технологические и эксплуатационные требования, предъявляемые к проектируемому изделию. Несмотря на многообразие всех этих проблем, решения их в определенной части основываются на некоторых общих принципах и имеют общую научную базу.

Эффективность освоения дисциплины «Прикладная механика» в значительной мере зависит от содержания и постановки лабораторного практикума, поскольку лабораторные работы являются связующим звеном теории и практики, практикума решения прикладных практических задач. Данные мероприятия позволяют углублять и закреплять теоретические знания.

Методические рекомендации по изучению тем дисциплины

Тема 1. Основные понятия статики

Движение является способом существования материи, ее основным неотъемлемым свойством. Под движением в общем смысле понимается не только перемещение тел в пространстве, но и тепловые, химические, электромагнитные и любые другие изменения и процессы, включая наше сознание и мысль.

Механика изучает наиболее простую и легко наблюдаемую форму движения - механическое движение.

Механическим движением называется как происходящее с течением времени изменение положения материальных тел относительно друг друга, так и изменение относительного положения частиц одного и того же материального тела, т. е. его деформация.

Нельзя, конечно, все многообразие явлений природы свести только к механическому движению и объяснить их на основании положений одной механики. Механическое движение никоим образом не исчерпывает существа различных форм движения, но оно всегда присутствует в каждой из них и должно быть исследовано раньше всего остального.

В связи с колоссальным развитием науки и техники стало невозможным в одной дисциплине сосредоточить изучение множества вопросов, связанных с механическим движением различного рода материальных тел. Современная механика представляет собой целый комплекс общих и специальных технических дисциплин, посвященных проектированию и расчету различных сооружений, механизмов и машин.

Материальные тела, с которыми имеют дело в этих дисциплинах, весьма различны, но движение их обладает многими общими свойствами, не зависящими от физических свойств самих движущихся тел. Эти общие свойства механического движения материальных тел и изучаются в теоретической механике.

Теоретической механикой называется наука, изучающая общие законы механического движения материальных тел и устанавливающая общие приемы и методы для решения вопросов, связанных с этим движением.

Механическим движением называется изменение с течением времени взаимного положения материальных точек в пространстве.

Механическим взаимодействием называется такое взаимодействие материальных тел, которое изменяет или стремится изменить характер их механического движения.

Для того чтобы установить законы движения, общие для всех материальных тел, в теоретической механике прибегают к идеализации явлений, т. е. к выделению главного, от чего эти явления существенным образом зависят, и отбрасыванию второстепенных обстоятельств, не существенных в рассматриваемых условиях. Поэтому в теоретической механике рассматривается движение не тех физических тел, которые реально существуют в природе, а некоторых абстрактных моделей, отражающих только определенные общие свойства.

В динамике изучаются зависимости между движением материальных тел и действующими на них силами.

Подобное деление курса противоречит сущности механических явлений. Покой и равновесие являются лишь частными случаями движения, а не какими-то особыми случаями, которые должны быть рассмотрены независимо от движения и в качестве его предпосылок. Все положения статики могут быть выведены из законов динамики. Идут же на такую последовательность в построении курса теоретической механики в вузах потому,

что сложность математического аппарата, требуемого для изучения механики, возрастает постепенно, и можно вести ее изучение параллельно с изучением курса высшей математики, а потому раньше перейти к изучению специальных дисциплин.

Теоретическая механика служит научным фундаментом для многих технических дисциплин. Ее методами и приемами пользуются при всех технических расчетах, связанных с проектированием различных сооружений и машин и их эксплуатацией. Роль и значение теоретической механики для техники непрерывно возрастает. Сложнейшие проблемы, постоянно возникающие в связи с гигантским развитием техники, организацией и развитием все новых и новых видов производства и новых технических средств, уже нельзя решать на основе одних опытных данных, на основе одной практики. Требуется научное предвидение и строгий предварительный расчет, основанные на глубоком знании теории, причем в первую очередь на знаний законов и методов теоретической механики.

1.2 Аксиомы статики

Аксиомы статики представляют собою результат обобщений многочисленных опытов и наблюдений над равновесием и движением тел, неоднократно подтвержденных практикой. Некоторые основные законы механики Галилея – Ньютона являются одновременно и аксиомами статики.

1. Аксиома инерции. *Под действием взаимно уравновешивающихся сил материальная точка (тело) находится в состоянии покоя или движется прямолинейно и равномерно.* Аксиома инерции выражает установленный Галилеем закон инерции. Аксиома 1 определяет простейшую уравновешенную систему сил, так как опыт показывает, что свободное тело, на которое действует только одна сила, находиться в равновесии не может.

2. Аксиома равновесия двух сил. *Две силы, приложенные к твердому телу, взаимно уравновешиваются только в том случае, если их модули равны и если они направлены по одной прямой в противоположные стороны (рис.1.1).*

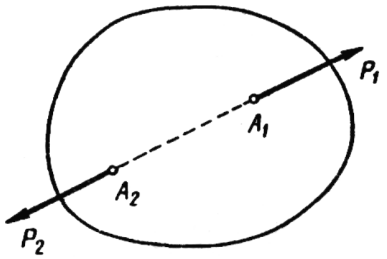


Рис. 1.1. Уравновешенная пара сил в плоскости

3. Аксиома присоединения и исключения уравновешивающихся сил. *Действие системы сил на твердое тело не изменится, если к ней присоединить или из нее исключить систему взаимно уравновешивающихся сил.*

Пусть, например, к твердому телу приложены силы $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3, \vec{P}_4$, под действием которых тело находится в покое или совершает какое-то движение (рис. 1.2). Приложим к телу две равные противоположно направленные силы $\vec{Q}_1, \vec{Q}_2$, которые взаимно уравновешиваются. Если тело в покое, то оно сохранит его; если тело в движении, то оно будет двигаться под действием новой системы сил $\vec{Q}_1, \vec{Q}_2, \vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3, \vec{P}_4$ так же, как под действием сил $\vec{P}_1, \vec{P}_2, \vec{P}_3, \vec{P}_4$, т.е. новая система сил эквивалентна прежней. Это же произойдет, если из заданной системы сил, приложенных к твердому телу, исключить

взаимно уравновешивающиеся силы, входящие в её состав.

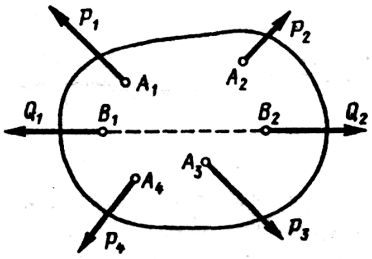


Рис. 1.2. Уравновешенная система сил в плоскости

Следствие. *Не изменяя кинематического состояния абсолютно твердого тела, силу можно переносить вдоль линии ее действия, сохраняя неизменными ее модуль и направление.*

4. Аксиома параллелограмма сил. *Равнодействующая двух пересекающихся сил приложена в точке их пересечения и изображается диагональю параллелограмма, построенного на этих силах (рис.1.3).*

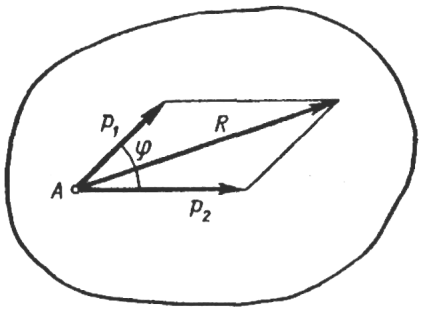


Рис. 1.3. Сложение сил по правилу параллелограмма

$$\vec{R} = \vec{P}_1 + \vec{P}_2 \tag{1.1}$$

Модуль равнодействующей силы определяется по следующей формуле:

$$R = \sqrt{P_1^2 + P_2^2 + 2P_1P_2\cos\varphi} \tag{1.2}$$

5. Аксиома действия и противодействия. *Всякому действию соответствует равное и противоположно направленное противодействие.* Эта аксиома утверждает, что силы действия друг на друга двух тел равны по модулю и направлены по одной прямой в противоположные стороны. Таким образом, в природе не существует одностороннего действия силы. Будучи приложенными к разным телам, эти силы не уравновешиваются. Аксиома действия и противодействия установлена Ньютоном и известна как один из основных законов классической механики.

6. Аксиома сохранения равновесия сил, приложенных к деформирующемуся телу при его затвердевании. *Равновесие сил, приложенных к деформирующемуся телу, сохраняется при его затвердении.*

1.3 Проекция силы на ось и плоскость

Аналитический метод решения задач статики основывается на понятии о проекции силы на ось. *Проекцией силы на ось называется скалярная величина, равная взятой с*

соответствующим знаком длине отрезка, заключенного между проекциями начала и конца силы. Проекция имеет знак плюс, если перемещение от её начала к концу происходит в положительном направлении оси, и знак минус – если в отрицательном. Из определения следует, что проекции данной силы на любые параллельные и одинаково направленные оси равны друг другу. Этим удобно пользоваться при вычислении проекции силы на ось, не лежащую в одной плоскости с силой. Обозначать проекцию силы F на ось Ox, будем символом F_x. Тогда для сил, изображенных на рис. 1.4, получим:

$$F_x = AB_1 \cos\alpha = ab\,,\ Q_x = -ED_1 = -de\,.$$

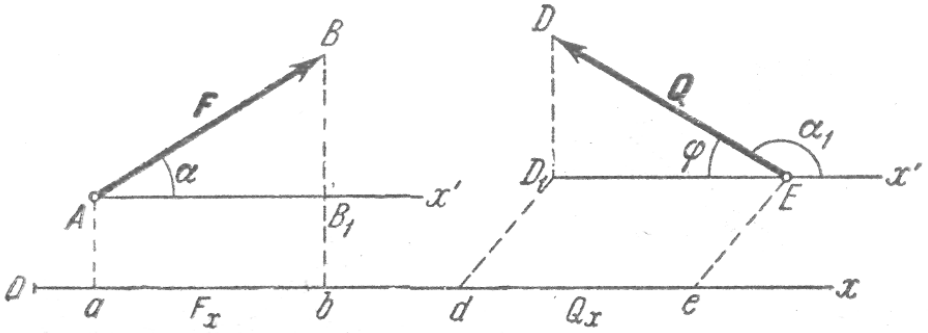


Рис. 1.4. Проекции сил на ось

Но из чертежа видно, что $AB_1 = F\cos\alpha$, $ED_1 = Q\cos\varphi = -Q\cos\alpha_1$. Следовательно, $F_x = F\cos\alpha$, $Q_x = -Q\cos\varphi = Q\cos\alpha_1$, т.е. *проекция силы на ось равна произведению модуля силы на косинус угла между силой и положительным направлением оси.* При этом проекция будет положительной, если угол между направлением силы и положительным направлением оси – острый, и отрицательной, если этот угол – тупой; если сила перпендикулярна к оси, то ее проекция на ось равна нулю.

Проекцией силы F на плоскость Oxy называется вектор F_{xy}=OB_1 заключенный между проекциями начала и конца силы F на эту плоскость (рис. 1.5). Таким образом, в отличие от проекции силы на ось, проекция силы на плоскость есть величина векторная, так как она характеризуется не только своим численным значением, но и направлением в плоскости *Oxy*. По модулю $F_{xy} = F\cos\theta$, где θ – угол межу направлением силы F и ее проекции F_{xy}.

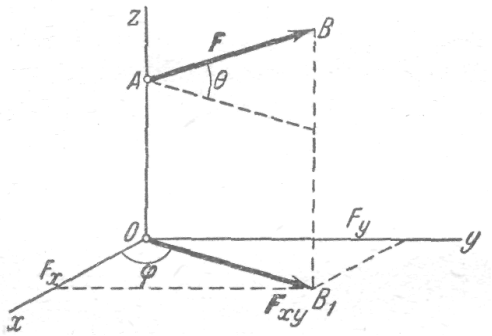


Рис. 1.5. Проекция силы на плоскость

В некоторых случаях для нахождения проекции силы на ось бывает удобнее найти сначала ее проекцию на плоскость, в которой эта ось лежит, а затем найденную проекцию на плоскость спроектировать на данную ось.

1.4 Момент силы относительно центра и оси. Пара сил

Возникновение понятия момента силы относительно центра связано с задачей о рычаге. Представим себе твердое тело (рис. 1.6), имеющее сферическую шарнирную опору, помещенную в центре *O* тяжести тела. Если к телу приложить силу P_1 на некотором расстоянии h_1 от неподвижной точки *O*, то тело начнет вращаться вокруг этой точки. Если же к телу приложить еще и другую силу P_2, стремящуюся вращать тело в направлении, противоположном вращению силой P_1 в плоскости силы P_1 и точки *O*, и если при этом отношение модулей сил P_1 и P_2 будет обратно пропорционально их расстояниям h_1 и h_2 от неподвижной точки *O*, то тело будет оставаться в равновесии.

Вращательное действие силы P_1 будет уравновешиваться вращательным действием силы P_2, если $P_1/P_2 = h_2/h_1$ и, следовательно, $P_1 h_1 = P_2 h_2$.

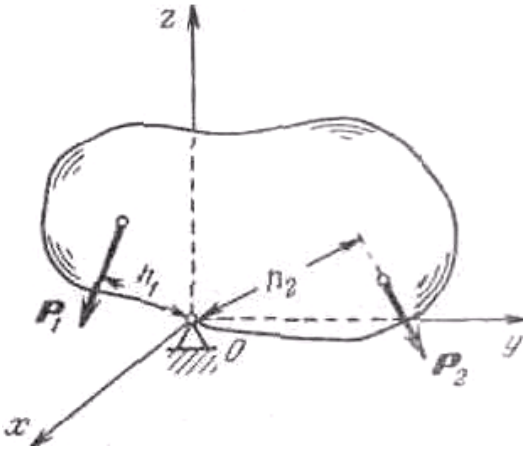


Рис. 1.6. Вращение твердого тела

Таким образом, мерой вращательного эффекта силы относительно какой-либо точки (центра) является *произведение модуля силы на плечо, т. е. на кратчайшее расстояние ее линии действия от центра момента.* Это произведение *называется модулем момента силы относительно этого центра.*

Для эквивалентности вращательного действия двух сил относительно какого-либо центра равенства модулей их моментов относительно этого центра недостаточно. Необходимо еще, чтобы совпадали плоскости, проходящие через линии действия сил и центр моментов, и чтобы силы вращали тело вокруг центра моментов в одном и том же направлении.

Таким образом, для полного определения вращательного эффекта силы относительно какого-либо центра необходимо знать не только модуль момента силы, но и указать плоскость, проходящую через линию действия силы и центр момента, а также сторону вращения в этой плоскости.

Положение плоскости в пространстве определяется, как известно, положением перпендикуляра к этой плоскости.

Из всего сказанного вытекает следующее векторное определение момента силы относительно точки: *моментом силы относительно какой-либо точки O (центра) называется приложенный к этой точке вектор, направленный перпендикулярно к плоскости, в которой расположены линия действия силы и центр O, и притом в ту сторону, откуда вращение тела силой представляется совершающимся против часовой стрелки.*

Вектор момента силы *P* относительно центра *O* будем обозначать символом $M_O(P)$.

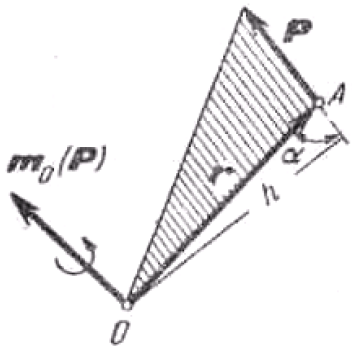


Рис. 1.7. Момент силы

Модуль момента силы относительно центра равен, как было сказано выше, *произведению модуля силы на ее плечо,* т. е. на длину перпендикуляра, опущенного из центра момента на линию действия силы (рис. 1.7).

$$|M_O(P)| = Ph. \tag{1.3}$$

Можно сказать, что *момент силы относительно какого-либо центра равен векторному произведению радиуса-вектора* r, *проведенного из центра момента в точку приложения силы на вектор силы.*

$$M_O(P) = r \times P. \tag{1.4}$$

Момент силы относительно точки является одним из важнейших понятий механики. Обобщая это понятие, можно находить момент относительно любой точки, независимо от того, может ли в действительности тело вращаться вокруг этой точки.

Моментом силы P относительно оси z называется взятое со знаком плюс или минус произведение модуля проекции P_1 *силы* P *на плоскость, перпендикулярную оси, на ее плечо* d_1 *относительно точки O пересечения оси с плоскостью:*

$$M_Z = \pm P_1 d_1. \tag{1.5}$$

Положим, что к твердому телу в точке *A* приложена сила *P*. Чтобы вычислить момент этой силы относительно оси z, следует спроецировать силу *P* на плоскость L, перпендикулярную оси z, а затем вычислить момент ее проекции P_1 на эту плоскость относительно точки *O* пересечения оси z с плоскостью L, приписав этому моменту знак плюс или минус (рис. 1.8).

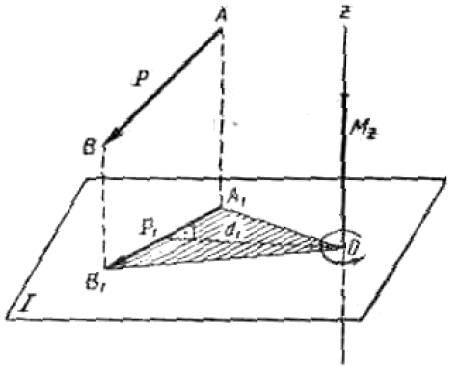


Рис. 1.8. Момент силы относительно оси

Момент силы относительно оси считается положительным, если, смотря навстречу оси z, можно видеть проекцию P_1 стремящейся вращать плоскость L вокруг оси г в сторону, противоположную вращению часовой стрелки.

Момент силы относительно оси изображается отрезком, отложенным по оси г от точки *O* в положительном направлении, если $M_Z \succ 0$, и в отрицательном – если $M_Z \prec 0$.

Значение момента силы относительно оси может быть также выражено удвоенной площадью треугольника: $M_Z = \pm 2\Delta A_1 O B_1$.

Момент силы относительно оси равен нулю в двух случаях:

1) если $P_1 = 0$, т.е. линия действия силы параллельна оси;

2) если $d_1 = 0$, т. е. линия действия силы пересекает ось. Отсюда следует: *если сила и ось лежат в одной плоскости, то момент силы относительно этой оси равен нулю.*

Система двух равных по модулю, параллельных и противоположно направленных сил P и P' называется парой сил. Плоскость, в которой находятся линии действия сил P и P' называется плоскостью *действия пары сил* (рис. 1.9).

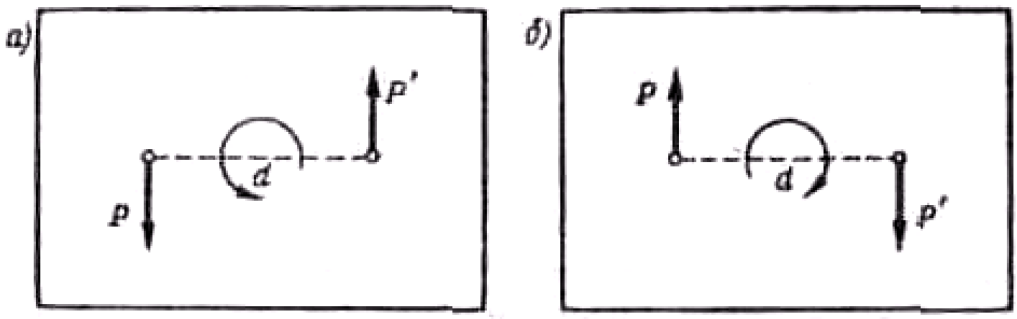


Рис. 1.9. Пара сил

Пара сил не имеет равнодействующей, однако силы пары не уравновешиваются, так как они не направлены по одной прямой. Пара сил стремится произвести вращение твердого тела, к которому она приложена. Пара сил, не имея равнодействующей, очевидно, не может быть уравновешена силой. Кратчайшее расстояние d между линиями действия сил, составляющих пару, называется *плечом пары сил.*

Действие пары сил на твердое тело характеризуется ее моментом. *Момент пары сил определяется произведением модуля одной из сил пары на ее плечо:*

$$M = Pd \tag{1.6}$$

Если силы выражать в *ньютонах,* а плечо – в *метрах,* то момент пары сил будет выражаться в ньютон-метрах (Н·м).

Момент пары сил изображают вектором. *Вектор момента M пары P P' направляют перпендикулярно плоскости действия пары сил в такую сторону, чтобы, смотря навстречу этому вектору, видеть пару сил стремящейся вращать плоскость ее действия в сторон, обратную вращению часовой стрелки* (рис. 1.10).

Вместо вектора момента каждой пары сил, перпендикулярного плоскости чертежа, указывают только направление, в котором пара сил стремится вращать эту плоскость.

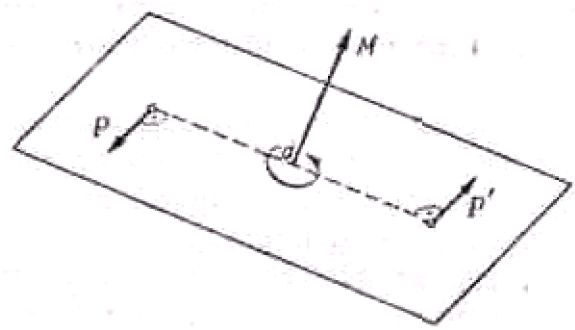


Рис. 1.10. Вектор момента пары сил

В этом случае *момент пары сил определяют произведением модуля сил на плечо пары сил, взятым со знаком плюс или минус, т.е. момент пары сил рассматривают как алгебраическую величину:*

$$M = \pm Pd \qquad (1.7)$$

Момент пары сил считают положительным, если пара сил стремится вращать плоскость чертежа в сторону, противоположную вращению часовой стрелки (рис. 1.9)*, и отрицательным — в сторону вращения часовой стрелки.*

1.5 Связи. Реакции связей

Задаваемые силы выражают действие на твердое тело других тел, вызывающих или способных вызвать изменение его кинематического состояния.

Реакцией связи называется сила или система сил, выражающая механическое действие связи на тело.

Одним из основных положений механики является *принцип освобождаемости твердых тел от связей,* согласно которому *несвободное твердое тело можно рассматривать как свободное, на которое кроме задаваемых сил действуют реакции связей.*

Пусть, например, на гладкой неподвижной горизонтальной плоскости покоится шар (рис. 1.11). Плоскость, ограничивая движение шара, является для него связью.

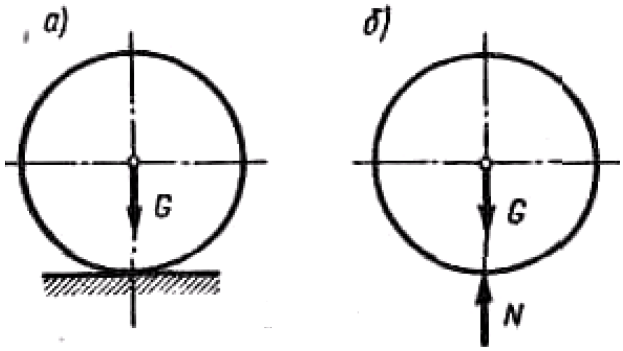


Рис. 1.11. Принцип освобождения от связи

Если мысленно освободить шар от связи (рис. 1.11), то для удержания его в покое к нему в точке касания с плоскостью нужно приложить силу N, равную весу шара G по модулю и противоположную ему по направлению. Сила N и будет реакцией плоскости. Тогда шар, освобожденный от связи, будет свободным телом, на которое действуют задаваемая сила G и реакция плоскости N.

Гладкая плоскость не противодействует перемещению тела вдоль плоскости под действием задаваемых сил (рис. 1.12, а), но не допускает его перемещения в направлении, перпендикулярном плоскости. Поэтому действие плоскости на тело выражается нормальной реакцией (рис. 1.12, б). *Реакция гладкой плоскости направлена перпендикулярно плоскости.*

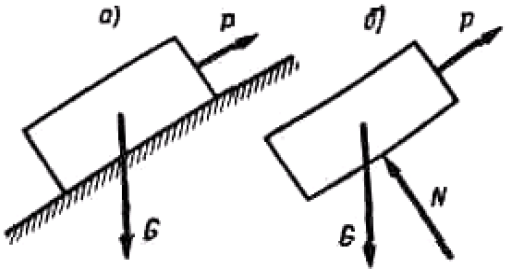


Рис. 1.12. Связь – гладкая поверхность

Если к концу *B* нити *AB,* прикрепленной в точке *A,* подвесить груз весом *G* (рис. 1.13, а), то реакция *S* нити будет приложена к грузу в точке *B,* равна по модулю его весу S и направлена вертикально вверх (рис. 1.13, б). *Реакция нити направлена вдоль нити.*

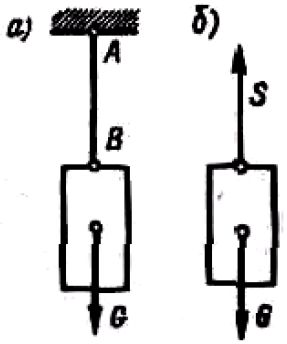


Рис. 1.13. Связь – тонкий стержень

Пусть балка весом *G* в точке *B* опирается на гладкую поверхность, а в точках *A* и D – на гладкие горизонтальную и вертикальную плоскости (рис. 1.14). Тогда реакции опорной поверхности и опорных плоскостей будут иметь указанные на рис. 1.14 направления.

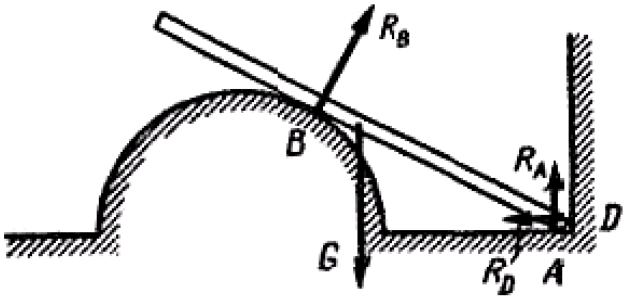


Рис. 1.14. Реакции связей балки

Для определения каждой реакции нужно знать три ее элемента: модуль, направление и точку приложения. Точка приложения реакции, как правило, бывает известна. Направление же реакций известно лишь для некоторых типов связей.

Если существуют два взаимно перпендикулярных направления на плоскости, в одном из которых связь препятствует перемещению тела, а в *другом – нет, то направление ее реакции противоположно первому направлению.*

Рассмотрим два основных типа опор балок и их реакции.

На рис. 1.15 изображена шарнирно-неподвижная опора, которая препятствует любому поступательному движению балки, но дает ей возможность свободно поворачиваться вокруг оси шарнира. По своей конструкции такая шарнирная опора состоит из двух обойм, из которых одна закреплена на балке, а другая – на неподвижной поверхности. Эти обоймы соединяются с помощью цилиндрического валика (показано среднее сечение конструкции). В зависимости от действующих сил валик может прижиматься к различным точкам обоймы. Реакция *R* шарнирно-неподвижной опоры проходит через центр шарнира О и точку соприкосновения *A* (рис. 1.16, а, б), но ее модуль и направление не известны.

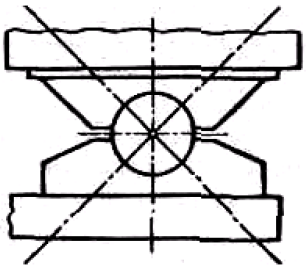


Рис. 1.15. Шарнирно-неподвижная опора

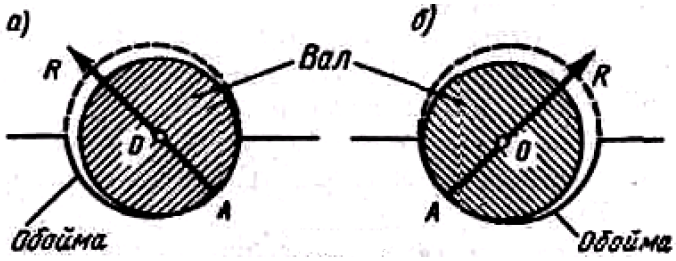


Рис. 1.16. Возможные направления реакций шарнирно-неподвижной опоры

Шарнирно-подвижная опора, нижняя обойма которой поставлена на катки, не препятствует перемещению балки параллельно опорной плоскости (рис. 1.17). Если не учитывать трения катков, то линию действия реакции такой опоры следует считать проходящей через центр шарнира перпендикулярно опорной плоскости. Таким образом, не известен лишь модуль этой реакции.

Пусть в какой-нибудь конструкции связью является *стержень*, закрепленный на концах шарнирами (рис. 1.18). Примем, что весом стержня по сравнению с воспринимаемой им нагрузкой можно пренебречь. Тогда на стержень будут действовать только две силы, приложенные в шарнирах *A* и *B*. Вообще эти силы могут быть направлены произвольно.

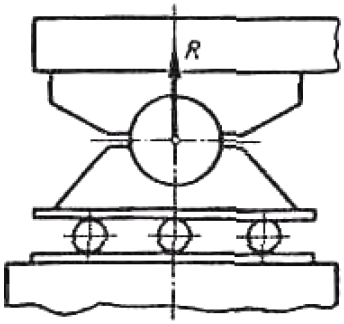


Рис. 1.17. Шарнирно-подвижная опора

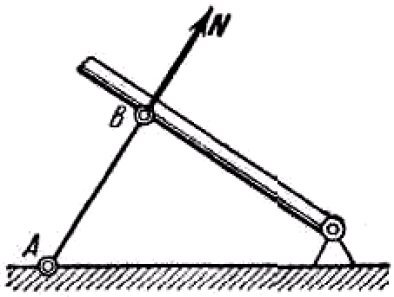


Рис. 1.18. Реакция в тонком стержне АВ

Но если стержень *AB* находится в равновесии, то по аксиоме 1 приложенные в точках *A* и *B* силы должны быть направлены вдоль одной прямой, т. е. вдоль оси стержня. Следовательно, нагруженный на концах стержень, *весом которого по сравнению с этими нагрузками можно пренебречь,* работает только на растяжение или на сжатие. Если такой стержень является связью, то *реакция N стержня будет направлена вдоль оси стержня.*

Аксиома связей. Равновесие несвободных тел изучается в статике на основании следующей аксиомы: *всякое несвободное тело можно рассматривать как свободное, если отбросить связи и заменить их действие реакциями этих связей.*

Определение реакций связей имеет то практическое значение, что, зная их, мы будем знать и силы давления на связи, т. е. те исходные данные, которые необходимы для расчета прочности соответствующих частей конструкции.

1.6 Аналитические условия равновесия произвольной системы сил

Необходимые и достаточные условия равновесия любой системы сил даются равенствами $R=0$, $M_O=0$. Найдем вытекающие отсюда аналитические условия равновесия плоской системы сил. Их можно получить в трех различных формах.

1. Основная форма условий равновесия. Так как вектор R равен нулю, когда равны нулю его проекции $R_x=0$ и $R_y=0$, то для равновесия должны выполняться равенства $R_x=0$, $R_y=0$ и $M_o=0$, где в данном случае M_o - алгебраический момент, а O - любая точка в плоскости действия сил.

$$\sum F_{kx}=0,\ \sum F_{ky}=0,\ \sum M_0(F_k)=0. \qquad (1.8)$$

Формулы выражают следующие аналитические условия равновесия: *для равновесия произвольной плоской системы, сил необходимо и достаточно, чтобы суммы проекций всех сил на каждую из двух координатных осей и сумма их моментов относительно любого центра, лежащего в плоскости действия сил, были равны нулю.* Одновременно равенства (2.11) выражают условия равновесия твердого тела, находящегося под действием плоской системы сил.

2. Вторая форма условий равновесия: *для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы моментов всех этих сил относительно каких-нибудь двух центров A и B и сумма их проекций на ось Ox, не перпендикулярную прямой AB, были равны нулю:*

$$\sum M_A(F_k)=0,\sum M_B(F_k)=0,\sum F_{kx}=0 \qquad (1.9)$$

3. Третья форма условий равновесия (уравнения трех моментов): для равновесия произвольной плоской системы сил необходимо и достаточно, чтобы суммы моментов всех этих сил относительно любых трех центров A, B, и C, не лежащих на одной прямой, были равны нулю:

$$\sum M_A(F_k)=0,\ \sum M_B(F_k)=0,\ \sum M_C(F_k)=0 \qquad (1.10)$$

Тема 2. Простые виды деформаций

Сопротивление материалов – наука, в которой изложены принципы и методы расчета частей сооружений и машин на прочность, жесткость и устойчивость.

Прочность – способность конструкции выдерживать заданные нагрузки без разрушения.

Жесткость – способность детали воспринимать заданные внешние нагрузки, не изменяя сои первоначальные формы и размеры выше норм установленных на основе условий её нормальной работы.

Устойчивость – способность конструкции сохранять первоначальную форму равновесия.

В отличие от теоретической механики, в сопротивлении материалов рассматриваются задачи, в которых все тела принимаются деформируемыми, то есть способными

изменять первоначальную форму и размеры при действии на них внешних сил. Деформации, полностью исчезающие после нагрузок, называют *упругими*, а остающиеся – пластическими или остаточными. Материал называется абсолютно упругим, если после прекращения действия на него внешних сил полностью исчезают вызванные силами деформации. В целях создания простых и удобных для инженерной практики расчетов используются различные приближенные методы, которые заставляют прибегать к допущениям и гипотезам о свойствах материалов и характере деформации.

Основные допущения о свойствах материалов:

1) Гипотеза сплошности и однородности материала. По этой гипотезе предполагается, что материал полностью заполняет весь объем без каких-либо пустот и свойства материала не зависят от величины выделенного из тела объема.

2) Гипотеза изотропности. Сплошная среда является изотропной, то есть физико-механические свойства материалов во всех направлениях одинаковы. Материалы, не обладающие указанным свойством, называются анизотропными. Анизотропно дерево, бумага, фанера.

3) Гипотеза идеальной упругости. До определенных пределов нагружения материал является идеально упругим. При больших нагрузках все материалы перестают обладать этим свойством, а поэтому данная гипотеза становится неприменимой.

Допущения, связанные с характером деформаций:

1) Гипотеза малости деформаций. Перемещения, возникающие в упругих телах под воздействием внешних сил, малы по сравнению с размером тела. Эта гипотеза позволяет при составлении уравнений равновесия не учитывать изменения в расположении сил. Указанное допущение носит название принципа начальных размеров. Проиллюстрируем данное положение простым примером. Момент силы F относительно точки A заделки считают равным Fl, а не Fl_1 , так как разница между l и l_1 незначительна.

2) Гипотеза линейности деформаций. Перемещения точек упругого тела прямо пропорциональны действующим нагрузкам. Суть допущения покажем на примере. Если балка при действии силы F прогнется на величину f, то вдвое большая сила вызовет прогиб балки в два раза больший – 2f. Тела, для которых справедлива указанная гипотеза называются линейно деформируемыми.

3) Принцип независимости действия сил. Результат действия на тело системы сил не зависит от порядка приложения внешних сил и равен сумме результатов действия каждой силы в отдельности. Пусть на тело действует две силы F_1 и F_2 при этом точка A балки получит перемещение f. Если к балке приложить силу F_1 точка A получит перемещение f_1, при действии силы F_2 – перемещение f_2. При одновременном действии обеих сил перемещение точки A равно алгебраической сумме перемещений f_1 и f_2:

$$f=f_1+f_2$$

Указанный принцип носит название суперпозиции, и он справедлив лишь для линейно деформируемых тел.

В сопротивлении материалов исследование вопроса о прочности реального объекта начинается с выбора расчетной схемы. Приступая к расчету, необходимо выделить самое существенное для рассматриваемого элемента, отбросив частности, несущественные для решения, но значительно его усложняющие, то есть создать расчетную схему элементов.

<u>Расчетная схема</u> – это реальный объект, освобожденный от несущественных особенностей.

Пример. Требуется произвести расчет на прочность канат подъемника. В первую очередь надо учесть вес поднимаемого груза, ускорение с которым он движется, а при большой высоте подъема, возможно также и вес самого каната. В тоже время надо от-

бросить влияние таких несущественных факторов, как аэродинамическое сопротивление, возникающее при подъеме клети, силы барометрического давления на разных высотах и т.д. Для одного и того же объекта может быть предложено несколько расчетных схем, в первую очередь в зависимости от требуемой точности и от того, какая сторона явления интересует исследователя в конкретном случае. Так, если в данном примере нужно оценить только прочность каната, то клеть и груз допустимо рассматривать как жесткое целое и свести их действие на канат к силе, приложенной на конце каната. Если необходимо решить вопрос о прочности самой клети, то последнюю уже нельзя считать абсолютно твердым телом. Ее конструктивные особенности надо рассматривать отдельно и в соответствии с этим выбирать для нее иную расчетную схему.

По геометрическим признакам все реальные тела могут быть отнесены к таким расчетным схемам: брус, оболочка, пластина и массивное тело. Для того, чтобы рассчитываемый элемент отнести к одной из указанных схем, необходимо знать геометрические признаки каждого из них.

Брус – тело, один размер которого – длина – значительно двух других – ширины и толщины. По виду оси брусья могут быть прямыми и кривыми. Если сечение изменяется по длине бруса, то он называется брусом переменного сечения.

Оболочка – тело, один размер которого – толщина – значительно меньше двух других – радиуса кривизны и длины.

Пластину можно рассматривать как частный случай оболочки бесконечно большого радиуса кривизны.

Массив – тело, все размеры которого соизмеримы.

2.1 Центральное растяжение-сжатие

Под *растяжением (сжатием)* понимают такой вид деформации стержня, при котором в его поперечном сечении возникает лишь один внутренний силовой фактор - продольная сила N_z. Поскольку продольная сила численно равна сумме проекций, приложенных к одной из отсеченных частей внешних сил на ось стержня (для прямолинейного стержня она совпадает в каждом сечении с осью O_z), то растяжение (сжатие) имеет место, если все внешние силы, действующие по одну сторону от данного поперечного сечения, сводятся к равнодействующей, направленной вдоль оси стержня (рис. 2.1). Одна и та же продольная сила N_z при действии на различные части стержня (левую или правую) имеет противоположные направления. Знак N_z зависит от характера вызываемой ею деформации. Продольная сила считается положительной, если вызывает растяжение элемента, и она отрицательна, если вызывает сжатие (рис. 2.2).

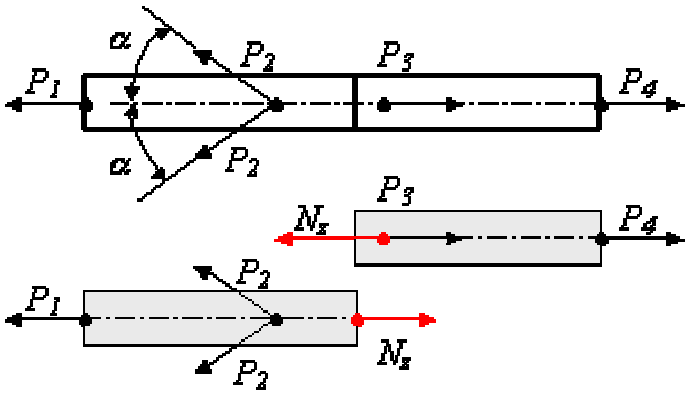


Рис. 2.1. Деформация растяжения

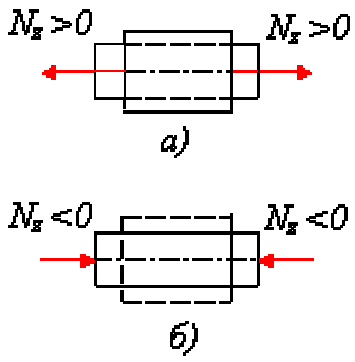
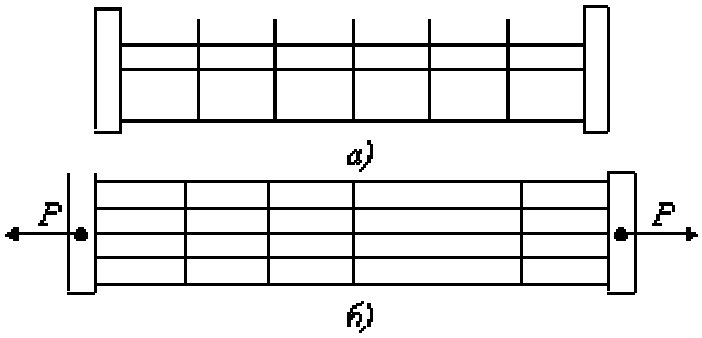


Рис. 2.2 Значение и направление продольной силы

Для того, чтобы сформулировать предпосылки теории растяжения (сжатия) призматического стержня, обратимся к эксперименту. Представим себе стержень, изготовленный из какого-либо податливого материала (например, резины), на боковую поверхность которого нанесена система продольных и поперечных рисок (рис. 2.3). Эта ортогональная система рисок остается таковой и после приложения растягивающей нагрузки. Поскольку поперечные риски являются следами поперечных сечений на поверхности стержня и остаются прямыми и перпендикулярными к оси стержня то это свидетельствует о выполнении *гипотезы плоских сечений (Бернулли)*. С учетом *гипотезы об отсутствии поперечного взаимодействия продольных волокон* приходим к выводу, что деформация растяжения стержня сводится к одноосному растяжению его продольных волокон, и в поперечном сечении стержня возникают лишь нормальные напряжения. Ортогональность продольных и поперечных рисок свидетельствует также об отсутствии сдвигов, а, следовательно, и связанных с ними касательных напряжений в поперечных и продольных сечениях стержня (рис. 2.4).



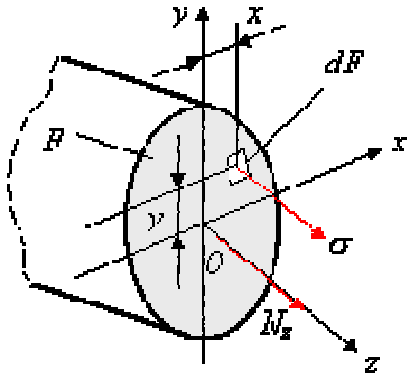


Рис. 2.3. Экспериментальное растяжение

Рис. 2.4 Поперечное сечение образца

Тогда продольная сила N'' равная сумме проекции внутренних сил, действующих в данном поперечном сечении площадью F (рис. 2.4) очевидно будет равна

$$N_z = \int_F \int \sigma \, dF \tag{2.1}$$

Это соотношение является уравнением равновесия статики, связывающим продольную силу N_z, и нормальное напряжение σ, которое в общем случае является функцией координат x и y и поэтому не может быть найдено из одного лишь 1 уравнения статики. Таким образом, задача определения напряжений даже в самом простом случае деформирования стержня (растяжении или сжатии) оказывается статически неопределимой.

Необходимое для решения этой задачи дополнительное уравнение вытекает из гипотезы плоских сечений. Поскольку поперечные сечения стержня, оставаясь плоскими и перпендикулярными к оси стержня, в процессе деформирования лишь поступательно перемещаются вдоль оси стержня (что приводит к одинаковому удлинению всех продольных волокон), то приходим к уравнению ε=const, из которого ввиду однозначности связи σ и ε (для линейно-упругого материала это - закон Гука: σ=Eε.) вытекает, что

$$\sigma = const.$$

Решая совместно уравнения получим, что $N_z = \sigma F$ или $\sigma = N_z / F$.

Таким образом, при растяжении (сжатии) призматического стержня нормальные напряжения равномерно распределены по поперечному сечению, а касательные

напряжения в сечениях отсутствуют, что является следствием гипотезы плоских сечений. Указанное, несмотря на, казалось бы, очевидность и простоту, является фундаментальным результатом, справедливым, строго говоря, лишь для призматического стержня. Однако в инженерной практике его используют и для приближенной оценки нормальных напряжений в стержнях переменного сечения. При этом, чтобы погрешность формулы была невелика, необходимо, чтобы площадь поперечного сечения стержня изменялась достаточно плавно вдоль его оси.

Условие прочности при растяжении (сжатии) призматического стержня для стержня из пластического материала (т. е. материала, одинаково работающего на растяжение и сжатие) будет иметь вид:

$$\sigma = N_z / F \le [\sigma] \ , \tag{2.2}$$

где [σ] - допускаемое напряжение. Напряжение σ в условии подставляется по модулю, так как знак σ в этом случае роли не играет. Для стержней из хрупких материалов, неодинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию, знак напряжения имеет принципиальное значение, и условие прочности приходится формулировать отдельно для растяжения и сжатия:

$$\sigma_p = N_z / F \le [\sigma_p] \ ,$$

$$|\sigma_c| = |N_z| / F \le [\sigma_c] \ ,$$

где σ_p и σ_c - напряжения растяжения и сжатия, а $[\sigma_p]$ и $[\sigma_c]$ - ответствующие им допускаемые напряжения.

В практике инженерных расчетов, исходя из условия прочности, решаются три основные задачи механики материалов конструкций. В применении к случаю растяжения (сжатия) призматического стержня эти задачи формулируются следующим образом.

Проверка прочности (поверочный расчет). Этот расчет проводится, если нагрузка (в нашем случае ее представляет N_z), сечение стержня F и его материал [σ] заданы.

Необходимо убедиться, что выполняется условие прочности:

$$\sigma = N_z / F \le [\sigma] \ ,$$

Проверочный расчет заключается в том, что определяется фактический коэффициент запаса прочности n и сравнивается с нормативным коэффициентом запаса $[n]$:

$$n = \frac{\sigma_*}{\sigma} = \frac{\sigma_* F}{N_z} \ge [n] \ ,$$

где σ* - предельное (или опасное) напряжение, т. е. напряжение, вызывающее отказ элемента конструкции (напомним, что, например, для стержня из пластичного материала это-предел текучести st или условный предел текучести $\sigma_{0,2}$).

Подбор сечения (проектный расчет). В этом расчете по Заданной нагрузке (N_z) определяются размеры поперечного сечения стержня (F) из заданного материала ([σ] дано). Минимальное значение F получим, если в условии прочности принять знак равенства:

$$[F] = N_z / [\sigma] \tag{2.3}$$

Определение *допускаемой нагрузки*, то есть максимального значения нагрузки, которое допускает данный элемент конструкции (F и [σ] даны) при выполнении условия прочности:

$$[N] = [\sigma]F.$$

2.2 Закон Гука

Пусть первоначальная длина растянутого стержня равна L, а длина после деформации L_1. Приращение длины $\Delta L = L_1 - L$ – называется абсолютным удлинением стержня, а отношение $\Delta L / L = \varepsilon$ – называется относительным удлинением.

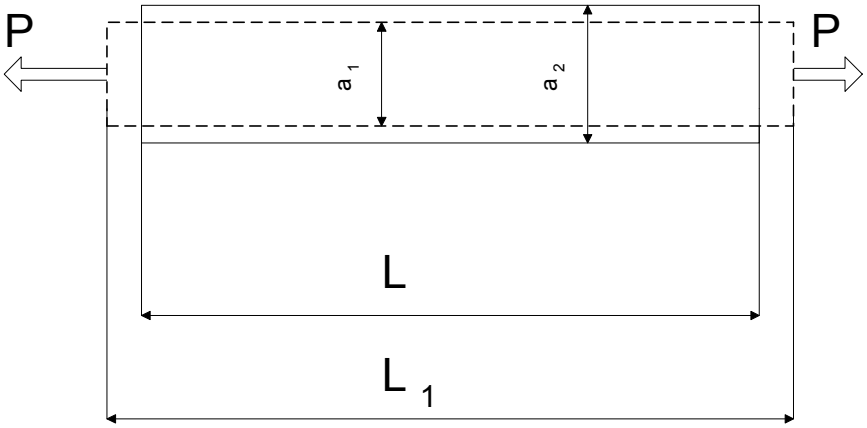


Рис. 2.5. Образец до и после деформации растяжения

Из множества опытов установлена следующая зависимость, которая получила название Закон Гука:

$$\varepsilon = \sigma / E,$$

где σ – нормальное напряжение, E – модуль упругости первого рада или модуль Юнга.

В пределах малых удлинений для большинства материалов справедлив закон Гука – нормальные напряжения в поперечном сечении прямо пропорциональны относительной линейной деформации ε $\sigma = E\varepsilon$.

Коэффициент пропорциональности E - модуль продольной упругости, его величина постоянна для каждого материала. Он характеризует жесткость материала, т.е. способность сопротивляться деформированию под действием внешней нагрузки.

Приращение длины

$$\Delta L = NL / ES, \qquad (2.4)$$

где N – продольная сила, S – площадь сечения, L – длина стержня, E – модуль Юнга.

Средние значения E и μ для некоторых материалов даны в таблице 2.1.

Таблица 2.1 Значения модуля упругости E и коэффициента Пуассона ν

Материал	E, МПа	ν
Сталь	$(2\text{-}2.2)\cdot 10^5$	0.24-0.3
Титан	$1.1\cdot 10^5$	0.25
Алюминий	$0.7\cdot 10^5$	0.32-0.36
Медь	$1.0\cdot 10^5$	0.31-0.34
Чугун	$(1.1\text{-}1.6)\cdot 10^5$	0.23-0.27
Резина	1.0-0.8	0.5
Пробка	-	0
Стекловолокно	$(0.18\text{-}0.4)\cdot 10^5$	0.25
Дерево	$1\cdot 10^4$	-

2.3 Сдвиг

Напряженное состояние, при котором на гранях прямоугольного элемента возникают только касательные напряжения τ, называется **чистым сдвигом**. Экспериментально чистый сдвиг может быть осуществлен при кручении тонкостенной трубы (рис. 2.6).

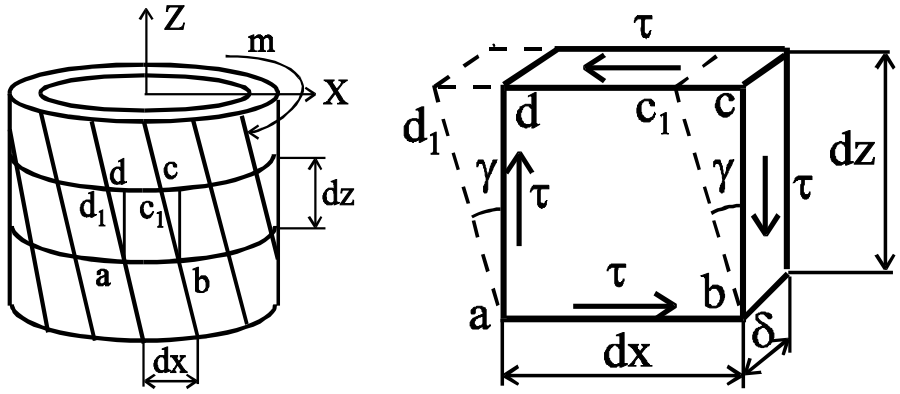


Рис. 2.6. Деформация чистого сдвига

Рассмотрим элемент $abcd$, вырезанный из тонкостенной трубы. При возникновении касательных напряжений элемент перекашивается. Если считать грань ab закрепленной, то грань cd сдвинется в положение c_1d_1. Все прямые углы между гранями изменятся на величину γ, который называется **углом сдвига**. Касательные напряжения и угол сдвига связаны прямой пропорциональностью, т.е. законом Гука при сдвиге:

$$\tau = G \cdot \gamma \qquad (2.5)$$

где G - модуль сдвига (модуль упругости второго рода); для стали $G = 8 \cdot 10^4$ МПа.

Между модулем упругости E и G существует связь: $G = \dfrac{E}{2(1+\mu)}$, которая подтверждается экспериментально. Здесь μ - коэффициент Пуассона.

2.4 Кручение

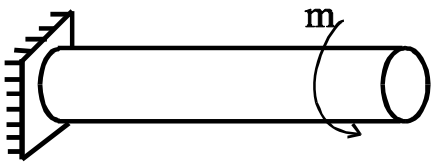


Рис. 2.7.

Деформация кручения вызывается скручивающими моментами, плоскости действия которых перпендикулярны продольной оси (рис. 2.7).

При кручении возникает один внутренний силовой фактор - крутящий момент $M_к$. Характер распределения напряжений по сечению выясним, рассмотрев геометрическую картину деформации вала. Для этого на поверхности нанесем сетку, состоящую из линий, параллельных оси, и линий, представляющих собой параллельные круги.

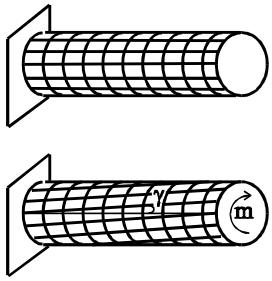


Рис. 2.8. Деформация кручения

После приложения скручивающего момента наблюдаем следующее: образующие цилиндра превращаются в линии одинакового наклона к оси стержня; параллельные круги не искривляются и расстояние между ними остается неизменным, радиусы, проведенные в торцевых сечениях, остаются прямыми (рис. 2.8).

Таким образом, при построении теории напряженно-деформированного состояния вала при кручении пользуются следующими гипотезами:

1. Поперечные сечения вала остаются при деформации плоскими и перпендикулярными к оси вала. Они лишь поворачиваются одно относительно другого на некоторый угол закручивания, обозначаемый φ (гипотеза плоских сечений).

2. Расстояния между поперечными сечениями остаются неизменными.

3. Радиусы, проведенные в поперечных сечениях, при деформации не искривляются.

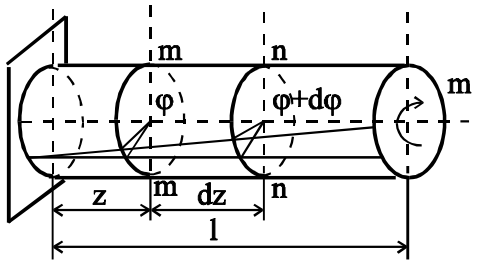


Рис. 2.9. Кручение вала

Рассмотрим некоторый участок вала длиной dz.

Пусть угол поворота сечения $m-m$ относительно неподвижного будет φ, тогда угол поворота сечения $n-n$, расположенного на расстоянии dz, будет $\varphi + d\varphi$.

Следовательно, угол закручивания участка вала длиной dz равен $d\varphi$.

Рассмотрим деформацию прямоугольного элемента $abcd$ бесконечно малой толщины, выделенного у поверхности вала (рис. 2.9). Так как радиусы остаются прямыми, то отрезок $O'b$ поворачиваясь в плоскости поперечного сечения на угол закручивания $d\varphi$, займет положение $O'b_1$.

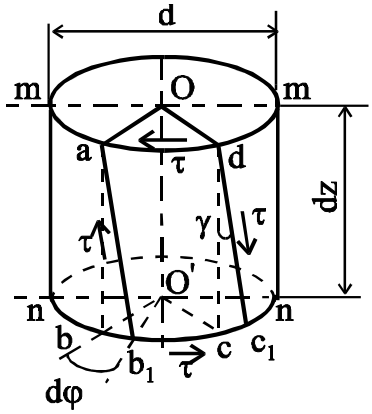


Рис. 2.10. Касательное напряжение при кручении

При этом образующая ab переместится в новое положение ab_1, составив с первоначальной угол γ. Аналогично образующая dc переместится в положение dc_1. Так как длины этих отрезков практически неизменны, то деформация прямоугольного элемента $abcd$ состоит в изменении первоначально прямых углов на величину угла γ.

Таким образом, рассмотренный элемент находится в условиях чистого сдвига и, следовательно, на его гранях действуют касательные напряжения τ.

$$tg\gamma = \frac{bb_1}{ab} \approx \gamma \cdot$$

Учитывая, что $ab = dz$, а $bb_1 = r \cdot d\varphi$, угол сдвига: $\gamma = r\dfrac{d\varphi}{dz}$.

Отношение $\frac{d\varphi}{dz} = \theta$ называется относительным погонным углом закручивания $\left[\frac{1}{\text{м}}\right]$ или $\left[\frac{\text{рад}}{\text{м}}\right]$.

$$\gamma = \theta \cdot r$$

Если рассмотреть деформацию прямоугольного элемента, расположенного внутри вала на произвольной цилиндрической поверхности радиуса ρ, то угол сдвига $\gamma_\rho = \theta\rho$.

Найдем зависимость между напряжениями и деформациями при кручении. С учетом закона Гука при чистом сдвиге

$$\tau_\rho = G \cdot \gamma_\rho = G \cdot \theta \cdot \rho$$

Из двух последних формул следует, что углы сдвига и касательные напряжения в поперечном сечении изменяются по линейному закону прямо пропорционально расстоянию ρ точек от центра сечения.

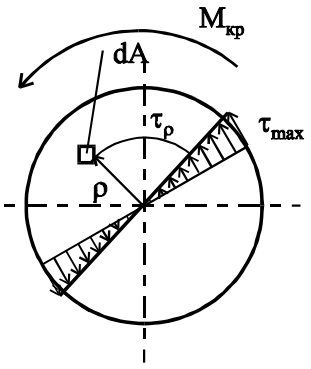


Рис. 2.11. Максимальные касательные напряжения

Очевидно, что максимальные касательные напряжения $\tau_{\max}$ будут возникать у поверхности вала, то есть при $\rho = r$.

$$\tau_r = \tau_{\max} = G \cdot \theta \cdot r.$$

Выделим на расстоянии ρ от центра сечения элементарную площадку dA (рис. 2.11). Крутящий момент $M_к$: $M_к = \int_A \tau_\rho \rho dA = G \cdot \theta \int_A \rho^2 dA = G \cdot \theta \cdot I_p$.

Отсюда погонный угол закручивания $\theta = \frac{M_к}{G \cdot I_p}$, а выражение $G \cdot I_p$ - жесткость вала при кручении, где I_p - полярный момент инерции.

$I_p = \frac{\pi \cdot r^4}{2}$ - для круглого сечения; $I_p = \frac{\pi \cdot \left(r_н^4 - r_в^4\right)}{2}$ - для трубчатого сечения.

Взаимный угол закручивания двух сечений, расположенных на расстоянии l:

$$\varphi = \int_0^l \frac{M_к}{G \cdot I_p} dz.$$

Если в пределах цилиндрического участка вала длиной l крутящий момент $M_к$ имеет постоянное значение, то

$$\varphi = \theta \cdot l = \frac{M_к l}{G \cdot I_p}$$ - закон Гука при кручении.

Так как $\tau = G \cdot \theta \cdot \rho$, то

$$\tau = \frac{M_к}{I_p} \rho.$$

Максимальные касательные напряжения, действующие по контуру сечения:

$$\tau_{\max} = \frac{M_к r}{I_p} = \frac{M_к}{W_p}, \qquad (2.6)$$

где $W_p = \dfrac{I_p}{r}$ - полярный момент сопротивления $\left[\text{ед}^3\right]$.

$W_p = \dfrac{\pi \cdot r^3}{2}$ - для круглого сечения; $W_p = \dfrac{\pi \cdot \left(r_н^4 - r_в^4\right)}{2 \cdot r_н}$ - для трубчатого сечения.

Тема 3. Прямой поперечный изгиб

При прямом поперечном изгибе в сечениях стержня возникает изгибающий момент M_x и поперечная сила Q_y (рис. 3.1), которые связаны с нормальными s и касательными τ_{yz} напряжениями

$$M_x = \int_F \int \sigma y dF \ , \ Q_y = \int_F \tau_{yz} dF \ .$$

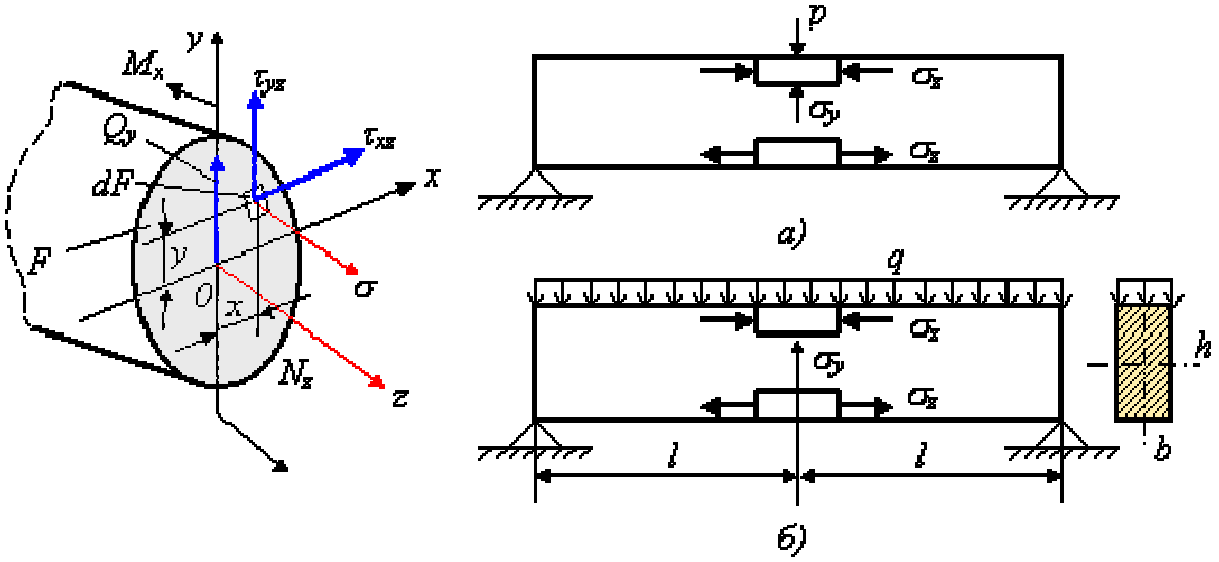


Рис. 3.1. Прямой поперечный изгиб

Выведенная в случае чистого изгиба стержня формула для прямого поперечного изгиба, вообще говоря, неприменима, поскольку из-за сдвигов, вызываемых касательными напряжениями τ_{yz}, происходит депланация поперечных сечений (отклонение от закона плоских сечений). Однако для балок с высотой сечения $h<l/4$ (рис. 3.1) погрешность невелика и ее применяют для определения нормальных напряжений поперечного изгиба как приближенную. При выводе условия прочности при чистом изгибе использовалась гипотеза об отсутствии поперечного взаимодействия продольных волокон. При поперечном изгибе наблюдаются отклонения от этой гипотезы:

а) в местах приложения сосредоточенных сил. Под сосредоточенной силой напряжения поперечного взаимодействия могут быть достаточно велики и во много раз превышать продольные напряжения σ_z, убывая при этом, в соответствии с принципом Сен-Венана, по мере удаления от точки приложения силы;

б) в местах приложения распределенных нагрузок. Так, в случае, приведенном на рис. 7.12, б, напряжения от давления на верхние волокна балки $\sigma y = -q/b$. Сравнивая их с продольными напряжениями σ_z, имеющими порядок

$$\sigma_z \approx \max \sigma_z = \frac{ql^2/8}{bh^2/6} = \frac{3}{4}\frac{q}{b}\left(\frac{l}{h}\right)^2 \approx \frac{q}{b}\left(\frac{l}{h}\right)^2$$

приходим к выводу, что напряжения $\sigma_y << \sigma_z$ при условии, что $h^2 << l^2$, так как $\sigma_y / \sigma_z \approx (h/l)^2 << 1$.

Получим формулу для касательных напряжений τ_{yz}. Примем, методика расчета нормальных напряжений известна, что касательные напряжения равномерно распределены по ширине поперечного сечения (рис. 3.2). Эта предпосылка выполняется тем точнее, чем уже поперечное сечение стержня. Точное решение задачи для прямоугольного поперечного сечения показывает, что отклонение от равномерного распределения tyz , зависит от отношения сторон *b/h*. При (*b/h*)=1,0 оно составляет 12,6%, при (*b/h*)=0,5 - только 3,3%.

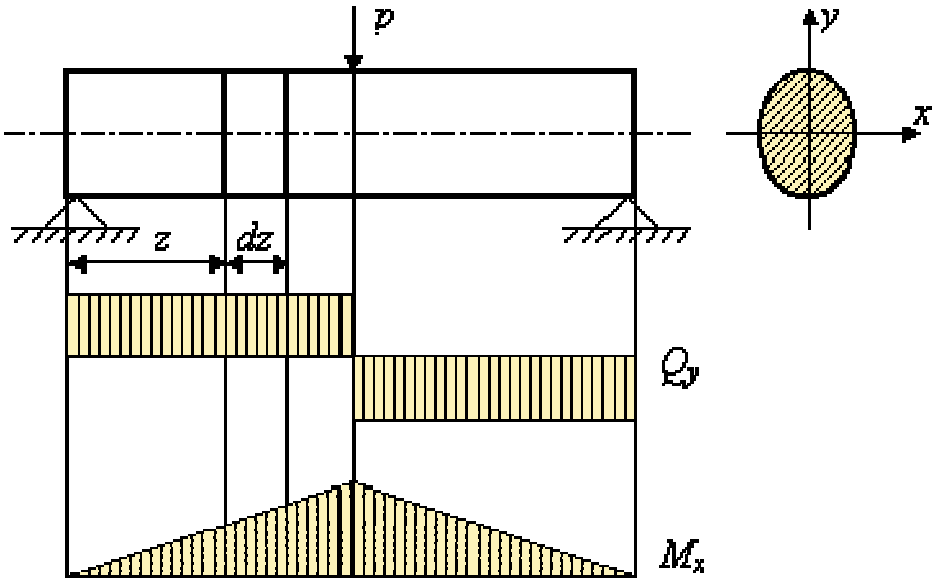


Рис. 3.2. Пример задачи при деформации изгиба балки круглого сечения (стержня)

Непосредственное определение напряжений τ_{yz} затруднительно, поэтому находим равные им (вследствие закона парности) касательные напряжения τ_{yz}, возникающие на продольной площадке с координатой y элемента длиной *dz*, вырезанного из балки, (рис. 3.2). Сам элемент показан на рис. 3.3. От этого элемента продольным сечением, отстоящим от нейтрального слоя на *y*, отсекаем верхнюю часть, заменяя действие отброшенной нижней части касательными напряжениями τ (индекс *гу* в дальнейшем опускаем), равнодействующая которых $dT=\tau bdz$. Здесь, согласно второй предпосылкеτ=const по ширине элемента *b*. Нормальные напряжения σ и $\sigma + d\sigma$, действующие на торцевых площадках элемента, также заменим их равнодействующими:

$$N_w = \int_\omega \int \sigma dF = \int_\omega \int \frac{M_x}{J_x} y dF = \frac{M_x}{J_x} S_x^\omega$$

$$N_\omega + dN_\omega = \int_\omega (\sigma + d\sigma)\, dF = \frac{M_x + dM_x}{J_x} S_x^\omega$$

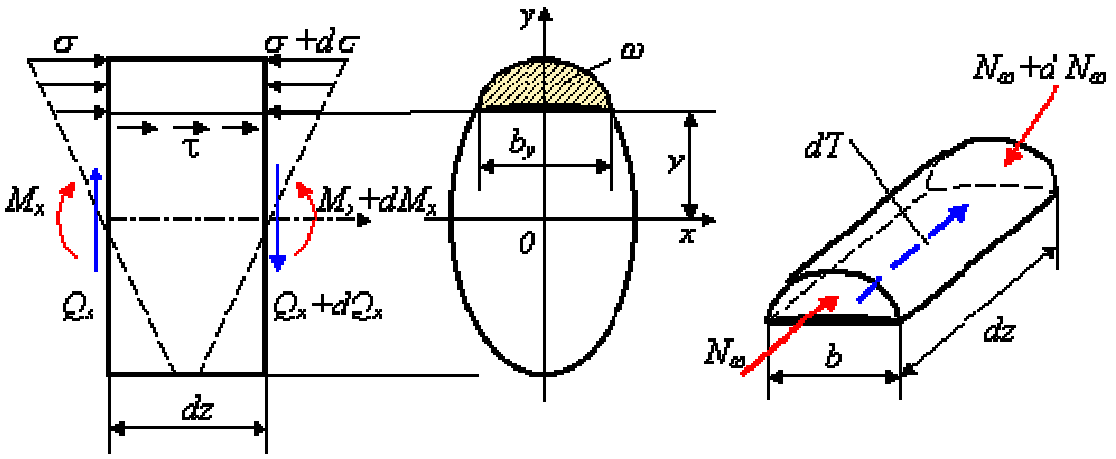


Рис. 3.3. Сечения балки для нахождения напряжения

Согласно первой предпосылке нормальные напряжения определяются уже известным способом, $S_x^\omega = \int_F y dF$, где S_x^ω - статический момент отсеченной части площади поперечного сечения ω относительно оси *Ox*.

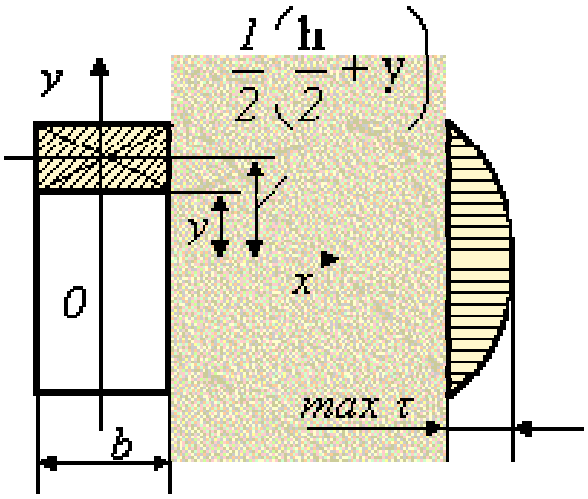


Рис. 3.4. Касательные напряжения при нормальном поперечном изгибе призматического стержня

Рассмотрим условие равновесия элемента (рис. 3.4) составив для него уравнение статики Σ*z* = *0*: $N_\omega + dT - (N_\omega + dN_\omega) = 0$, откуда после несложных преобразований, учитывая, что $\frac{dM_x}{dz} = Q_y$, получаем формулу для касательных напряжений при нормальном поперечном изгибе призматического стержня

$$\tau = \frac{Q_y S_x^\omega}{J_x b_y}.$$

Полученная формула называется формулой Журавского. В этой формуле b_y - ширина сечения в том месте, где определяются касательные напряжения, а статический момент, подставляемый в эту формулу, может быть вычислен как для верхней, так и для

нижней части (статические моменты этих частей сечения относительно его центральной оси *Ox* отличаются только знаком, так как статическим момент всего сечения равен нулю).

Покажем, что доминирующая роль в расчетах на прочность балки, подвергнутой поперечному изгибу, будет принадлежать расчету по нормальным напряжениям. Для этого оценим порядок *max* σ и *max* τ на примере консольной балки:

$$\max\sigma = \frac{\max M_x}{W_x} \approx \frac{Pl}{h^3}, \quad \max\tau \approx \frac{Q_y}{F} \approx \frac{P}{h^2},$$

так как $M_x \approx Pl$, $Q_y \approx P$, $F \approx h^2$, $W_x \approx h^3$. Тогда

$$\frac{\max\tau}{\max\sigma} \approx \frac{P/h^2}{Pl/h^3} = hl << 1,$$

откуда max τ<<*max*σ, а поскольку [τ]/[σ] $\approx$ 0,5 то доминирующим в этом случае будет расчет по нормальным напряжениям и условие прочности, например, для балки из пластичного материала, работающей на прямой изгиб, как и в случае чистого изгиба будет иметь вид

$$\max\sigma = \frac{\max M_x}{W_x} \le [\sigma].$$

Рациональные формы поперечных сечений при изгибе

Наиболее рациональным следует признать сечение, обладающее минимальной площадью при заданной нагрузке (изгибающем моменте) на балку. В этом случае расход материала на изготовление балки, будет минимальным. Для получения балки минимальной материалоемкости нужно стремиться к тому, чтобы по возможности наибольший объем материала работал при напряжениях, равных допускаемым или близким к ним. Прежде всего рациональное сечение балки при изгибе должно удовлетворять условию равнопрочности растянутой и сжатой зон балки. Иными словами, необходимо, чтобы наибольшие напряжения растяжения (*max* σ_p) н наибольшие напряжения сжатия (*max* σ_c) одновременно достигали допускаемых напряжений [σ_p] и [σ_c].

Поэтому для балки из пластичного материала (одинаково работающего на растяжение и сжатие: [σ_p] = [σ_c] = [σ]), условие равнопрочности выполняется для сечений, симметричных относительно нейтральной оси. К таким сечениям относится, например, прямоугольное сечение (рис. 7.16, а), при котором обеспечено условие равенства *max*σ_p=*max*σ_c. Однако в этом случае материал, равномерно распределенный по высоте сечения, плохо используется в зоне нейтральной оси. Чтобы получить более рациональное сечение, необходимо возможно большую часть материала переместить в зоны, максимально удаленные от нейтральной оси. Таким образом, приходим к рациональному для пластичного материала сечению в форме симметричного двутавра (рис. 3.5, б), у которого возможно большая часть материала сосредоточена на полках (горизонтальных массивных листах), соединенных стенкой (вертикальным листом), толщина которой (δ) назначается из условий прочности стенки по касательным напряжениям, а также из соображений ее устойчивости. К двутаврому сечению близко по критерию рациональности так называемое коробчатое сечение (рис. 3.5, в).

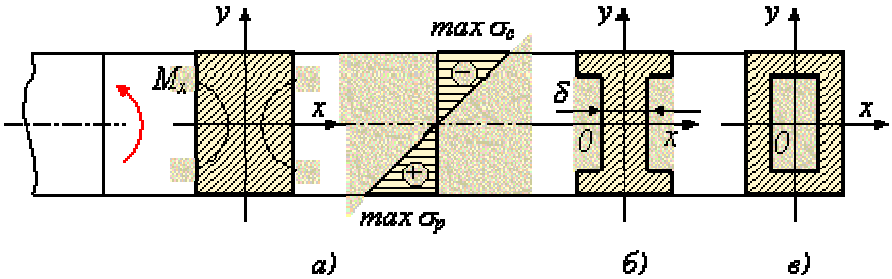


Рис. 3.5. Напряжения при изгибе балок разного симметричного сечения

Рассуждая аналогично, приходим к выводу, что для балок из хрупкого материала наиболее рациональным будет сечение в форме несимметричного двутавра, удовлетворяющего условию равнопрочности на растяжение и сжатие (рис. 3.6):

$$\frac{y_{\max}^{(p)}}{y_{\max}^{(c)}} = \frac{[\sigma_p]}{[\sigma_c]},$$

которое вытекает из требования

$$\frac{\max \sigma_p}{\max \sigma_c} = \frac{[\sigma_p]}{[\sigma_c]}.$$

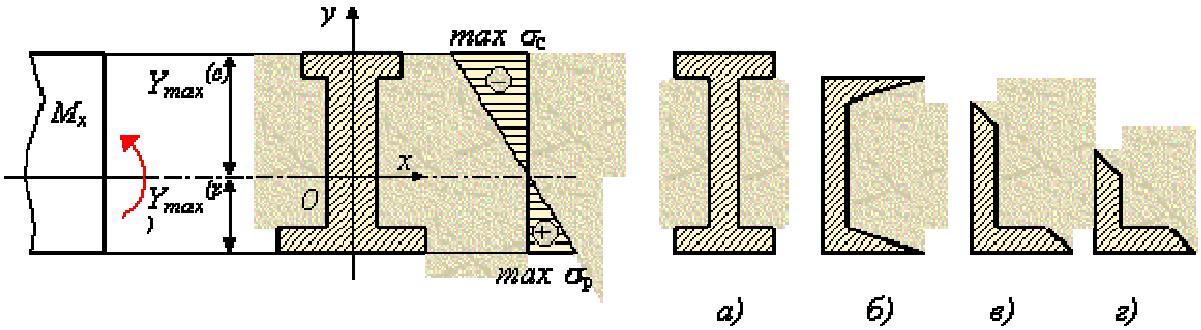


Рис. 3.6. Напряжения при изгибе балок разного асимметричного сечения

Идея рациональности поперечного сечения стержней при изгибе реализована в стандартных тонкостенных профилях, получаемых методами горячего прессования или прокатки из рядовых и легированных конструкционных высококачественных сталей, а также алюминия и алюминиевых сплавов, получивших широкое распространение в строительстве, машиностроении, авиационном машиностроении. Широко распространены показанные на рис. 3.6: *а* - двутавр, *б* - швеллер, *в* - неравнобокий уголок, г-равнобокий уголок. Реже встречаются тавр, таврошвеллер, зетовый профиль и др. Употребляются также холодногнутые замкнутые сварные профили.

Поскольку по соображениям технологии сортамент стандартных профилей по размерам ограничен (например, наибольший прокатный двутавр согласно ГОСТ 8239-72 имеет высоту 550 мм), то для больших пролетов приходится применять составные (сварные или клепаные) балки.

Тема 4. Сложные виды деформаций

4.1 Внецентренное растяжение-сжатие

Внецентренным растяжением-сжатием называется случай, когда равнодействующая сил, приложенных к отброшенной части стержня, направлена параллельно оси стержня, но не совпадает с этой осью (рис. 4.1).

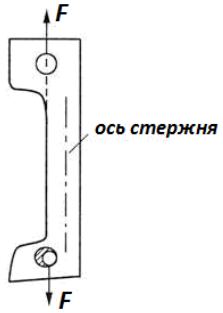


Рис. 4.1. Действие равнодействующих сил

Внецентренное растяжение (сжатие) испытывают короткие стержни. Все сечения являются равноопасными, поэтому нет необходимости в построении эпюр внутренних силовых факторов.

Представим, что после проведения разреза равнодействующая F сил, действующих на отброшенную часть и приложенная к оставшейся проходит через точку с координатами (x_F; y_F) в главных центральных осях поперечного сечения (рис. 4.2).

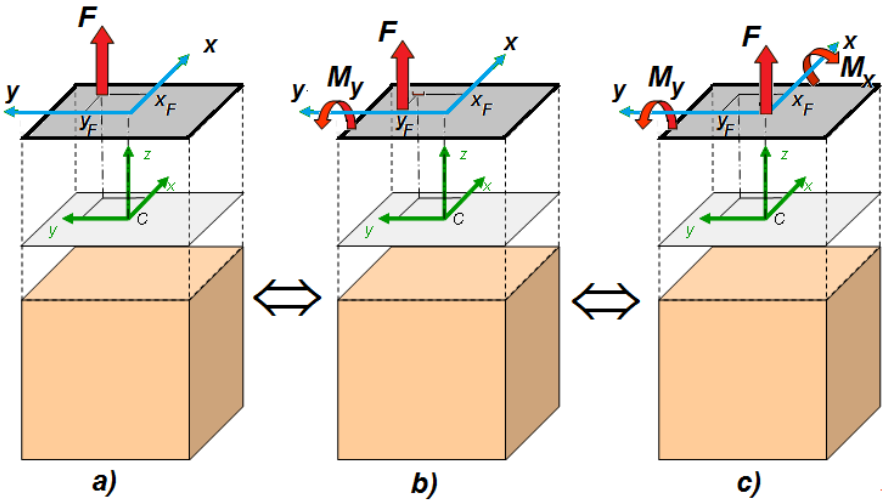


Рис. 4.2. Внецентренное растяжение-сжатие

Приведем силу F в центр тяжести сечения, т.е. направим вдоль оси стержня. При этом появятся две пары сил M_x и M_y относительно главных центральных осей (рис. 4.2.с).

Таким образом, в поперечном сечении стержня при внецентренном растяжении и сжатии возникают три внутренних силовых фактора: нормальная сила $N = F$ и два изгибающих момента $M_x = F{\cdot}y_F$ и $M_y = F{\cdot}x_F$ относительно главных центральных осей поперечного сечения.

Формула для нормальных напряжений может быть получена как алгебраическая сумма нормальных напряжений, возникающих от каждого вида нагружения:

$$\sigma = \frac{F}{A} + \frac{M_y \cdot z}{J_y} + \frac{M_z \cdot y}{J_z}$$

где y_F, z_F – координаты точки приложения силы F.

$$M_y = F \cdot z_F \quad \text{и} \quad M_z = F \cdot y_F \; .$$

Для определения опасных точек сечения необходимо найти положение нейтральной линии (н.л.) как геометрического места точек, в которых напряжения равны нулю.

$$\frac{F}{A}+\frac{M_y \cdot z}{J_y}+\frac{M_z \cdot y}{J_z}=0$$

.

Уравнение н.л. может быть записано как уравнение прямой в отрезках:

$$\frac{y}{a}+\frac{z}{b}=1$$

,

если

$$a=-\frac{i_z^2}{y_F} \quad \text{и} \quad b=-\frac{i_y^2}{z_F}$$

где a и b – отрезки, отсекаемые н.л. на осях координат.

Из формул следуют некоторые закономерности, связывающие положения полюса (т.е. точки приложения силы) и нейтральной линии, которые удобно использовать для анализа решения задачи. Перечислим самые важные из этих закономерностей:

- нейтральная линия всегда расположена в квадранте, противоположном тому, в котором находится полюс (рис. 4.3);
- если полюс находится на одной из главных осей, то нейтральная линия перпендикулярна этой оси;
- если полюс приближается к центру тяжести сечения, то нейтральная линия удаляется от него.
- если полюс движется по прямой линии, то нейтральная линия поворачивается вокруг неподвижной точки.

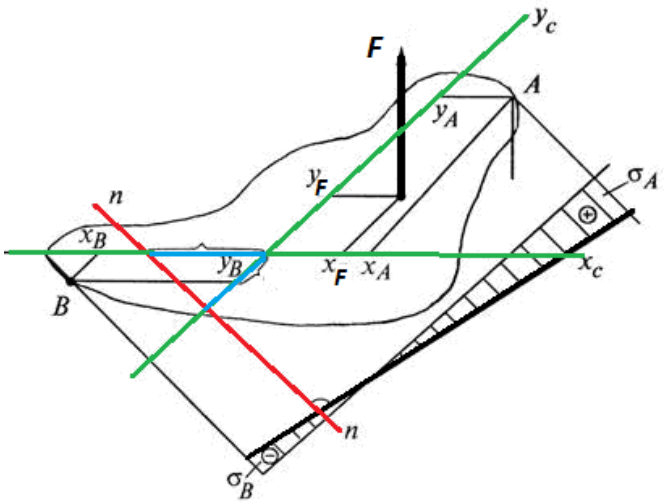


Рис. 4.3. Основные закономерности внецентренного растяжения-сжатия

Для сечений со сложным контуром знание положения нулевой линии очень важно. Наибольшие по величине нормальные напряжения возникают в точках поперечного сечения наиболее удаленных от нулевой линии.

Тогда

$$i_y=\sqrt{\frac{J_y}{A}}, \quad i_z=\sqrt{\frac{J_z}{A}}$$

– главные радиусы инерции сечения.

Нейтральная линия разделяет поперечное сечение на зоны с растягивающими и сжимающими напряжениями.

Если сечение симметрично относительно главных осей, то условие прочности записывается для пластичных материалов, у которых $[s_c] = [s_p] = [s]$, в виде

$$\sigma_{\max} = \frac{N}{A} + \frac{M_y}{W_y} + \frac{M_z}{W_z} \le [\sigma]$$

.

Для хрупких материалов, у которых $[s_c]^1[s_p]$, условие прочности следует записывать отдельно для опасной точки сечения в растянутой зоне:

$$\sigma = \frac{F}{A} + \frac{M_y \cdot z_1}{J_y} + \frac{M_z \cdot y_1}{J_z} \le [\sigma_p]$$

и для опасной точки сечения в сжатой зоне:

$$\sigma = \frac{F}{A} - \frac{M_y \cdot z_2}{J_y} - \frac{M_z \cdot y_2}{J_z} \le [\sigma_c]$$

,

где z_1, y_1 и z_2, y_2 – координаты наиболее удаленных от нейтральной линии точек сечения в растянутой 1 и сжатой 2 зонах сечения.

Вторым практически важным случаем сложения деформаций от изгиба и от продольных сил является так называемое внецентренное сжатие или растяжение, вызываемое одними продольными силами. Этот вид нагружения довольно распространен в технике, так как в реальной ситуации почти невозможно приложить растягивающую нагрузку точно в центре тяжести.

4.2 Изгиб с кручением

Изгиб с кручением – вид сложного сопротивления, при котором в поперечном сечении бруса возникают изгибающие и крутящий моменты.

Рассмотрим случай, при котором внешние силы располагаются в плоскости поперечного сечения, но не пересекают геометрическую ось *x* (рис. 4.4, *а*). Силу *F* разложим на ее составляющие *Fz*, *Fy*. Методом сечений определим внутренние усилия в произвольном сечении *x* (рис. 4.4, *б*).

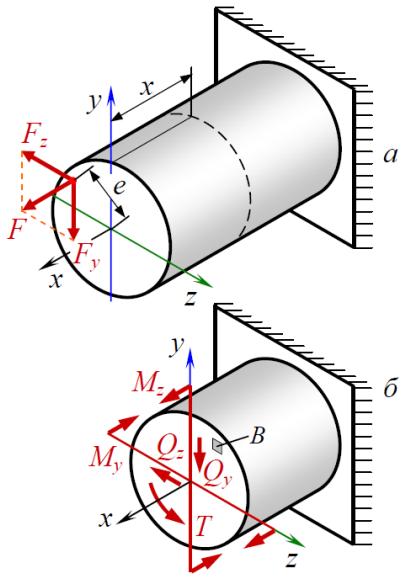


Рис. 4.4. Определение внутренних усилий при изгибе с кручением

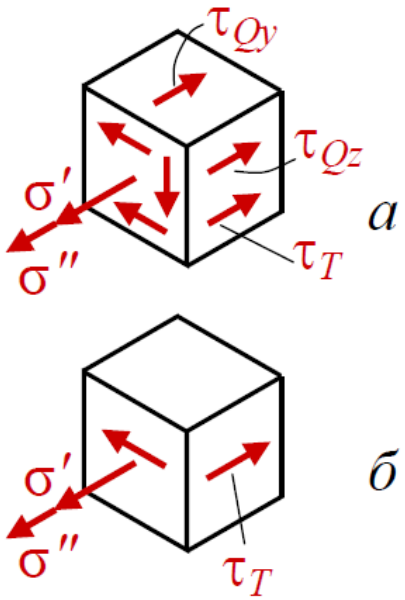


Рис. 4.5. Анализ напряженного состояния

Спроецировав все силы на координатные оси и составив уравнения моментов относительно координатных осей, найдем внутренние усилия. Из шести внутренних усилий не равно нулю пять.

$$\Sigma x = 0;\quad N = 0;\qquad \Sigma M_x = 0;\quad T = F\cdot e;$$
$$\Sigma y = 0;\quad Q_y = F_y;\qquad \Sigma M_y = 0;\quad M_y = F_z\cdot x;$$
$$\Sigma z = 0;\quad Q_z = F_z;\qquad \Sigma M_z = 0;\quad M_z = F_y\cdot x.$$

На выделенном элементе *B* (рис. 4.5, *б*) показаны действующие по его граням напряжения (рис. 4.5, *а*).

От поперечных сил и крутящего момента возникают касательные напряжения τQy, τQz, τT. От изгибающих моментов – нормальные напряжения σ' и σ''. Для длинных валов и балок ($\ell > 10\ d$) влиянием поперечных сил часто пренебрегают. Таким образом, учитывают только три момента: крутящий и два изгибающих. От них возникают три напряжения: одно касательное и два нормальных (рис. 4.5, *б*).

4.3 Косой изгиб

При ранее рассмотренном прямом поперечном изгибе нагружение и искривление оси бруса происходит в одной из 2-х главных плоскостей сечения. Если силовая плоскость или плоскость действия изгибающего момента не содержит ни одной из главных центральных осей, то такой изгиб называется косым; при этом плоскость действия изгибающего момента обязательно должна проходить через центр тяжести сечения (рис. 4.6).

Рис. 4.6. Косой изгиб и вычисление нормальных напряжений

Оси Oy и Ox – главные центральные оси сечения. Косой изгиб удобнее всего рассматривать как одновременный изгиб в 2-х главных плоскостях. Тогда получим две системы сил, каждая из которых вызывает прямой изгиб. В этом случае в сечении бруса возникает четыре внутренних силовых фактора: Q_z, Q_y, M_z и M_y. При проведении расчета на прочность бруса касательными напряжениями обычно пренебрегают.

Вычислим напряжения от действия сосредоточенной силы *P* на конце бруса в некоторой точке $A(x, y)$ поперечного сечения, удаленного от конца на расстояние *z*. Раскладывая силу P по осям Ox и Oy, будем иметь (см. рис. 4.6).

$$M_x = P_y \cdot z = -P\cos\alpha \cdot z\,,\; M_y = -P_x \cdot z = -P\sin\alpha \cdot z\,.$$

Нормальные напряжения от изгибающих моментов M_x и M_y в точке $A(x, y)$ найдем по формуле Навье: $\sigma' = -\dfrac{M_x y}{J_x}$; $\sigma'' = \dfrac{M_y x}{J_y}$.

Суммарное нормальное напряжение равно:

$$\sigma = \sigma' + \sigma'' = -\frac{M_x y}{J_x} + \frac{M_y x}{J_y} = Pz\left(\frac{y\cos\alpha}{J_x} - \frac{x\sin\alpha}{J_y}\right).$$

Таким образом, косой изгиб - вид сложного сопротивления, при котором в поперечном сечении бруса возникают изгибающие моменты в двух взаимно-перпендикулярных плоскостях.

Методические рекомендации для подготовки к промежуточной аттестации

Самостоятельная работа обучающегося складывается из самостоятельной работы на аудиторных занятиях и подготовки к занятиям во внеаудиторное время. Для самоподготовки к каждому аудиторному занятию предусматривается проработка темы занятия по учебной литературе. При самостоятельной подготовке к занятиям обучающийся может получить необходимую ему консультацию у преподавателя. Консультирование обучающихся организовано на кафедре в соответствии с графиком проведения консультаций. На аудиторном занятии обучающиеся самостоятельно под контролем преподавателя выполняют индивидуальные задания в соответствии с учебными целями занятия.

Цель промежуточной аттестации обучающихся – комплексная и объективная оценка качества усвоения обучающимися теоретических знаний, умения применять полученные знания в решении практических задач при освоении учебной дисциплины.

По окончании семестра промежуточная аттестация проводится в форме дифференцированного зачета.

В период подготовки к зачету обучающиеся вновь обращаются к пройденному учебному материалу. При этом они не только закрепляют полученные знания, но и получают новые. Подготовка обучающегося к промежуточной аттестации должна включать в себя три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие зачету по темам изучаемой дисциплины;
- подготовка к ответу на теоретические вопросы и задачи.

Основным источником при подготовке к зачету является конспект лекций, где учебный материал дается в систематизированном виде, основные положения его детализируются, подкрепляются современными фактами и информацией, которые в силу новизны не вошли в опубликованные печатные источники. В ходе подготовки к зачету обучающимся необходимо обращать внимание не только на уровень запоминания, но и на степень понимания излагаемых проблем.

Для успешного прохождения промежуточной аттестации по дисциплине «Прикладная механика» необходимо подготовиться по следующему перечню вопросов и практических заданий.

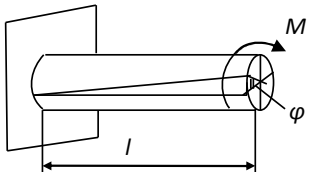
Перечень вопросов для проведения промежуточной аттестации
(в форме дифференцированного зачета) по итогам освоения
дисциплины «Прикладная механика»

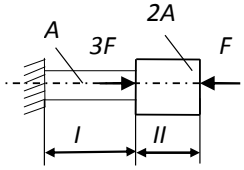
1. Понятие об абсолютно твердом теле (ПК-5)
2. Связи и реакции связей (ПК-5).
3. Проекция силы на ось и на плоскость (ПК-5).
4. Момент силы относительно центра и оси (ПК-5).
5. Понятие пары сил (ПК-5).
6. Аналитические условия равновесия произвольной системы сил (ПК-5).
7. Центр тяжести твердого тела (ПК-5).
8. Определение координат центров тяжестей однородных тел (ПК-5).
9. Механическая система. Масса системы (ПК-5).
10. Проведение испытаний углеродистой стали на растяжение (ПК-9).

11. Проведение испытаний различных конструкционных материалов на сжатие (ПК-9).
12. Основные виды деформаций, изучаемых в «Сопротивление материалов» (ПК-5).
13. Деформация центральное растяжение – сжатие (ПК-5).
14. Внутренняя продольная сила (ПК-5).
15. Нормальные напряжения в поперечных сечениях (ПК-5).
16. Перемещения и деформации при растяжении (ПК-5).
17. Закон Гука при растяжении – сжатии (ПК-5).
18. Проведение испытаний углеродистой стали на кручение (ПК-9).
19. Построение диаграммы растяжения пластичных и хрупких материалов (ПК-9).
20. Прямой поперечный изгиб (ПК-5).
21. Факторы, определяющие прочность балок при изгибе (ПК-5).
22. Расчет балок на прочность при изгибе (ПК-9).
23. Факторы, определяющие прочность брусьев при кручении (ПК-5).
24. Понятие деформации косого изгиба (ПК-5).
25. Понятие деформации внецентренного растяжения или сжатия (ПК-5).
26. Понятие деформации изгиба с кручением (ПК-5).
27. Понятие коэффициента запаса прочности и факторы, его определяющие (ПК-5).
28. Расчет на прочность при внецентренном растяжении или сжатии (ПК-9).
29. Расчет на прочность при косом изгибе (ПК-9).
30. Основные механические характеристики материалов (ПК-5).
31. Определение опасного сечения балок при изгибе (ПК-9).
32. Расчет на прочность и жесткость при кручении (ПК-9).
33. Понятие деформации изгиба с растяжением (ПК-5).
34. Расчет балок на прочность при изгибе с растяжением (ПК-9).
35. Понятие модуля упругости материала и факторы, его определяющие (ПК-5).
36. Проведение испытаний конструкционных материалов на изгиб (ПК-9).
37. Определение модуля сдвига при кручении (ПК-9).
38. Способы определения прогибов балок (ПК-9).
39. Внутренние силовые факторы при поперечном изгибе (ПК-5).
40. Правила построения эпюр внутренних силовых факторов при изгибе (ПК-5, ПК-9).

Перечень задач для проведения промежуточной аттестации
(в форме дифференцированного зачета) по итогам освоения
дисциплины «Прикладная механика»

1. Как изменится угол закручивания φ свободного конца вала (см. рис.), если длина вала l увеличится втрое (ПК-9)?



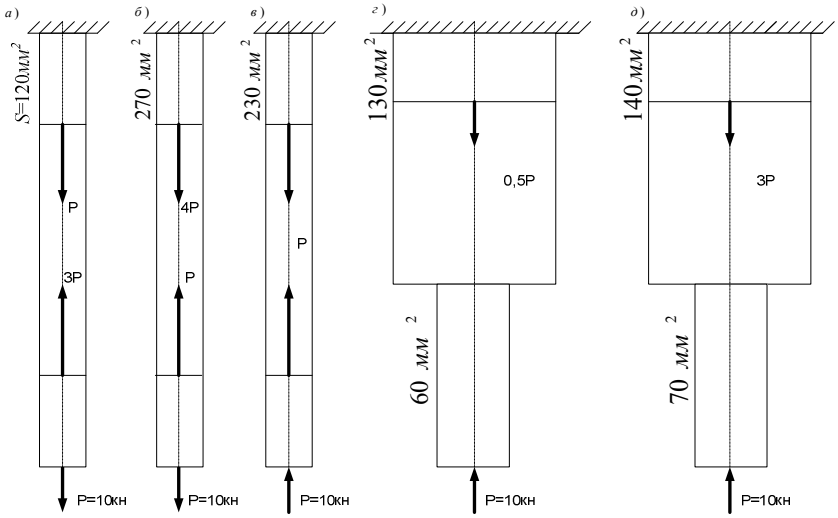


2. Как изменится величина нормальных напряжений на участке I (см. рис), если длина участка увеличится в 2 раза (ПК-9)?

3. Стальной стержень круглого поперечного сечения

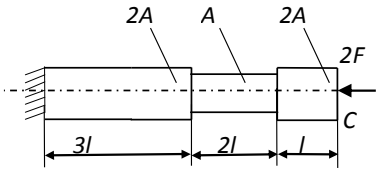
диаметром 10 мм и длиной 1800 мм под действием растягивающих сил Р удлинился на 0,8 мм. Определить величину силы **Р** (ПК-5).

4. Проверить прочность стальных брусьев, изображенных на рисунке, если $[\sigma] = 160 МПа$ (ПК-9).

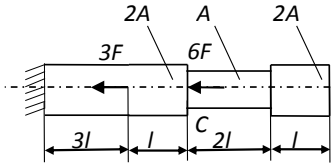


5. Медный стержень круглого поперечного сечения диаметром 14 мм и длиной 800 мм под действием растягивающих сил Р удлинился на 0,3 мм. Определить величину силы Р (ПК-5).

6. Ступенчатый стержень подвергается воздействию осевых сил, *A* – параметр величины площади поперечного сечения (см. рис). Чему равно перемещение точки *C* (ПК-5)?



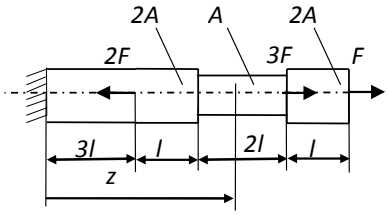
7. Ступенчатый стержень подвергается воздействию осевых сил, *A* – параметр величины площади поперечного сечения (см. рис). Чему равно перемещение точки *C* (ПК-5)?



8. Стальной стержень прямоугольного сечения (b = 15 мм и h = 30 мм) под действием растягивающих сил Р = 72 кН удлинился на 7,2 мм. Определить первоначальную длину стержня (ПК-9).

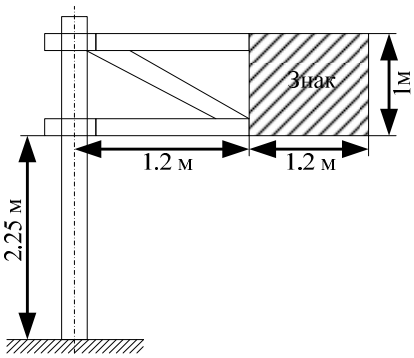
9. Ступенчатый стержень подвергается воздействию осевых сил, *A* – параметр величины площади поперечного сечения. Чему будут равны нормальные напряжения в сечении, находящемся на расстоянии *z = 5м,* если *l = 1 м* (ПК-9)?

10. Медный стержень квадратного сечения со стороной 10 мм и длиной 600 мм (см. рис.) под действием растягивающих сил Р удлинился на 0,5 мм. Определить величину силы Р (ПК-9).

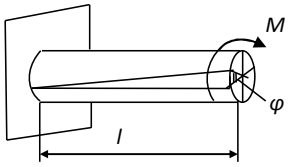


11. К нижнему концу троса подвешен груз весом Р = 75 кН. Трос составлен из проволок диаметром d = 2 мм. Допускаемое напряжение для материала троса равно [σ] = 300 МПа. Из какого количества проволок должен быть составлен трос (ПК-9).

12. Стальной стержень круглого сечения должен быть применен в качестве столба для установки дорожного знака, как указано на рисунке. Наибольшее давление ветра на знак предполагается равным 50 Н/м^2. Угол поворота стержня в месте прикрепления нижнего захвата знака не должен превышать 1^0. Наибольшие касательные напряжения от кручения в поперечном сечении трубы не должны быть больше 25 МПа. Определить диаметр стержня. Считать, что давление ветра передаётся только на заштрихованную площадь (ПК-5).



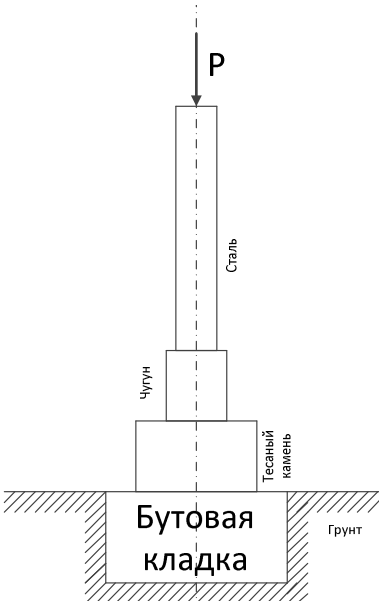
13. Как изменится прочность вала (см. рис.), если длина вала *l* увеличится втрое при прочих равных условиях (ПК-9)?



14. Два вала одинаковой длины и диаметра, но из разных материалов $G_2 = 4G_1$, скручиваются одинаковыми моментами. Чему будет равно отношение углов закручивания $\frac{\varphi_1}{\varphi_2}$ (ПК-9)?

15. Подобрать квадратные поперечные сечения отдельных частей колонны (см. рис.), если предельная нагрузка на колонну составит P = 100 т, а допускаемые напряжения на сжатие следующие:

для стали [σ] = 140 МПа;
для чугуна [σ] = 100 МПа;
для тесаного камня [σ] = 4 МПа;
для бутовой кладки [σ] = 1,5 МПа;
для грунта (песок) [σ] = 0,5 МПа (ПК-9).



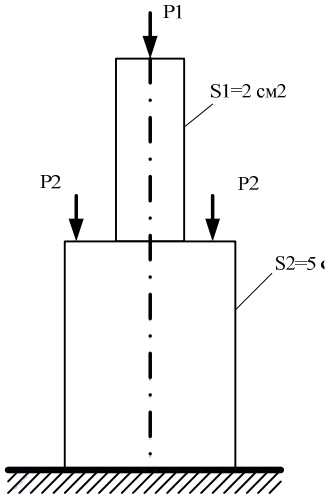
16. В брусе круглого поперечного сечения диаметром d = 80 мм, изготовленного из стали с допустимым касательным напряжением $[\tau]_{max} = 40$ МПа, требуется определить касательное напряжение в точке, удалённой от центра сечения на 20 мм (ПК-9).

17. Модуль упругости первого рода для алюминия $E = 7 \cdot 10^4$ *МПа,* коэффициент Пуассона $\mu = 0,34$. Чему равен модуль упругости при сдвиге G (ПК-9)?

18. Стальной вал вращается с угловой скоростью n = 980 об/мин и передаёт мощность N = 40 кВт. Определить требуемый диаметр вала, если допускаемое касательное напряжение материала [τ] = 25 МПа (ПК-9).

19. Два вала одинаковой длины и диаметра, но из разных материалов $G_2 = 2G_1$, закручиваются на одинаковый угол. Чему будет равно отношение крутящих моментов $\frac{M_1}{M_2}$ (ПК-5)?

20. Двухступенчатая колонна нагружена силами P_1 и P_2 (см. рис). Материал колонны – конструкционная сталь с допускаемым нормальным напряжением [σ] = 180 МПа. Определить предельно допустимую нагрузку на обе части колонны (ПК-5).



Словарь терминов по дисциплине «Прикладная механика»

Абсолютный сдвиг – это величина наибольшего смещения частиц материала по отношению к их первоначальному положение.

Балка – это конструктивная деталь, какого-либо сооружения, выполняемая в большинстве случаев в виде прямого бруска с опорами в 2-х (или более) точках и несущая вертикальные нагрузки.

Брус – называется тело, одно из измерений которого (длина) значительно превышает два других.

Деформация – это способность тела изменять форму и размер под действием внешних сил.

Допускаемое напряжение – это напряжение, для которого конструкция работоспособная и они составляют часть от напряжений, которые являются опасными.

Жесткость – это способность конструкции (или отдельного элемента) сопротивляться упругим деформациям.

Изгибающий момент – это составляющие моменты, возникающие в плоскостях перпендикулярных поперечному сечению бруса.

Крутящий момент (Мкр) – это составляющая главного момента внутренних сил момент, возникающий в плоскости поперечного сечения.

Кручение – это такой вид нагружения бруса, при котором в его поперечных сечениях возникает только один силовой фактор - крутящий момент.

Материальная точка – это геометрическая точка, обладающая массой.

Метод сечения – применяется для выявления внутренних ил в сопротивлении материалов.

Напряжение – это числовая мера интенсивности внутренних сил.

Нагрузка – это равновесная система внешних сил, состоящая из активных сил и реакций связей.

Нормальная (продольная) сила – это составляющая главного вектора внутренних сил, направленная перпендикулярно плоскости поперечного сечения бруса.

Пара сил – это система двух параллельных сил, равных по модулю и направленных в противоположные стороны.

Плечо силы – это кратчайшее расстояние от центра момента до линии действия силы.

Проекция вектора силы – это произведение модуля вектора на cos угла между осью и вектором.

Прочность – это способность конструкции (или отдельного ее элемента) выдерживать заданную нагрузку не разрушаясь и без появления остаточных деформаций.

Принцип начальных размеров – это первоначальная форма тела (элемента конструкции) и его начальных размеров.

Поперечный момент сопротивления – это отношение полярного момента инерции сечения к его радиусу.

Прямой чистый изгиб – это такой вид нагружения бруса, при котором в его поперечных сечениях возникает только один внутренний силовой фактор - изгибающий момент.

Прогиб бруса – это линейные перемещения центров тяжести произвольных поперечных сечений при изгибе.

Предел выносливости – это наибольшее напряжение цикла, при котором еще не происходит усталостного разрушения до базы испытания.

Реакция связи – со стороны связей к телу приложена сила.

Сила – это мера механического действия одного материального тела на другое.

Система сил – это несколько сил, действующих на какой-либо одно твердое тело.

Свободное тело – это твердое тело, которое может перемещаться в пространстве в любом направлении.

Связи – это тела, которые ограничивают перемещение данного тела.

Скорость – это векторная величина, характеризующая в каждый данный момент времени направление и быстроту движения точки.

Статика – это общий раздел, изучающий равновесие тел и тела в покое.

Устойчивость – это способность конструкции (или отдельного элемента) сопротивляться упругим деформациям.

Ускорение – это векторная величина, характеризующая быстроту изменения направления и числового значения скорости.

Упругая линия – это изогнутая ось бруса.

Цикл напряжения – это совокупность последовательных напряжений за один период их изменения.

Чистый сдвиг – это сдвиг, при котором материал равномерно смещается в поперечном сечении и при котором возникают только касательные напряжения.