

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ИВАНОВСКАЯ ПОЖАРНО-
СПАСАТЕЛЬНАЯ АКАДЕМИЯ ГОСУДАРСТВЕННОЙ ПРОТИВОПОЖАРНОЙ
СЛУЖБЫ МИНИСТЕРСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПО ДЕЛАМ ГРАЖДАНСКОЙ ОБОРОНЫ, ЧРЕЗВЫЧАЙНЫМ СИТУАЦИЯМ И
ЛИКВИДАЦИИ ПОСЛЕДСТВИЙ СТИХИЙНЫХ БЕДСТВИЙ»**



**Методические рекомендации
для самостоятельной работы
обучающихся по дисциплине
«Начертательная геометрия»
(специальность 20.05.01 «Пожарная безопасность»)**

Иваново

Легкова И.А., Зарубин В.П.

Методические рекомендации для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине «Начертательная геометрия» (специальность 20.05.01 «Пожарная безопасность»). – Иваново: Ивановская пожарно-спасательная академия ГПС МЧС России. – 36 с.

В методических рекомендациях содержится краткое изложение основных положений дисциплины «Начертательная геометрия» и рекомендации по изучению ее отдельных тем. Целью методических рекомендаций является повышение эффективности самостоятельной подготовки обучающихся вследствие более четкой организации.

Содержание

Введение	4
1 Точка, прямая и плоскость на комплексном чертеже.....	5
1.1 Комплексный чертеж точки.....	5
1.2 Классификация прямых.....	7
1.3 Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Метод конкурирующих точек.....	11
1.4 Метод прямоугольного треугольника.....	13
1.5 Способы задания плоскости на комплексном чертеже.....	15
1.6 Классификация плоскостей	16
1.7 Прямые особого положения плоскости.....	18
1.8 Определение точки пересечения прямой с плоскостью	19
2 Способы преобразования чертежа.....	21
2.1 Способ плоскопараллельного перемещения.....	21
2.2 Способ замены плоскостей проекций.....	24
3 Поверхности.....	27
3.1 Определение точек на поверхности многогранников.....	27
3.2 Сечение многогранников плоскостью.....	28
3.3 Взаимное пересечение многогранников.....	28
3.4 Точки на поверхностях вращения.....	31
3.5 Сечение тел вращения плоскостью.....	33
3.6 Пересечение тела вращения с многогранником.....	35
Список литературы.....	36

Введение

В современных условиях к выпускникам технических вузов предъявляются следующие профессионально важные качества: склонность к инженерной деятельности, развитое пространственное мышление, умение ориентироваться в конструкторской и технологической документации, творческий подход к выполняемой работе. Профессиональная графическая компетентность будущего специалиста предполагает уровень осознанного применения графических знаний, умений и навыков, опирающийся на знания функциональных и конструктивных особенностей технических объектов; опыт графической профессионально ориентированной деятельности; отношение к успешной профессиональной деятельности и определенным инженерным задачам.

Дисциплина «Начертательная геометрия» относится к базовой части профессионального цикла основной образовательной программы подготовки курсантов и студентов, обучающихся по специальности 20.05.01 «Пожарная безопасность».

Основная форма работы курсантов и студентов по дисциплине «Начертательная геометрия» – выполнение графических работ, форма отчетности по дисциплине – экзамен. К экзамену допускаются обучающиеся, полностью выполнившие графические работы и отчитавшиеся по ним.

Выполняемые графические работы могут быть условно разделены на работы по темам «Точка, прямая, плоскость», «Способы преобразования комплексного чертежа», «Поверхности».

Важное место отводится решению практических задач:

- ознакомление с правилами построения изображений на чертежах,
- решение позиционных и метрических задач, в том числе с использованием способов преобразования чертежа,
- построение многогранников и поверхностей вращения на чертеже, решение задач с этими геометрическими телами.

1 Точка, прямая и плоскость на комплексном чертеже

1.1 Комплексный чертеж точки

Двухкартинный комплексный чертеж

Обратимость чертежа может быть обеспечена проецированием на две взаимно перпендикулярные плоскости проекций (рис. 1.1а):

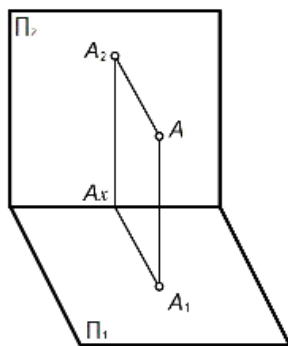
Π_1 – горизонтальная плоскость проекций,

Π_2 – фронтальная плоскость проекций.

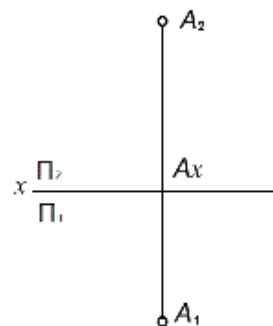
Ортогональной проекцией точки на плоскость называется основание перпендикуляра, опущенного из данной точки на эту плоскость:

A_1 – горизонтальная проекция точки A ,

A_2 – фронтальная проекция точки A .



а) пространственная модель



б) комплексный чертеж

Рисунок 1.1 – Двухкартинный комплексный чертеж точки

Зная горизонтальную A_1 и фронтальную A_2 проекции точку A находят в пересечении перпендикуляров, проведенных из проекций A_1 и A_2 к плоскостям Π_1 и Π_2 . Таким образом, две прямоугольные проекции точки вполне определяют ее положение в пространстве относительно данной системы взаимно перпендикулярных плоскостей проекций.

Совмещая плоскости проекций Π_1 и Π_2 вращением вокруг оси x на одну плоскость чертежа, получаем чертеж под названием эпюр (от франц. чертеж). Применение метода ортогонального проецирования было предложено французским ученым Гаспаром Монжем, поэтому описанный выше эпюр называют эпюром Монжа или *двухкартинным комплексным чертежом*. При этом проекции точки A_1 и A_2 расположатся на одном перпендикуляре к оси проекций x , который называют линией проекционной связи (рис. 1.1б).

Комплексным чертежом называется чертеж, состоящий из двух или более связанных между собой проекций оригинала.

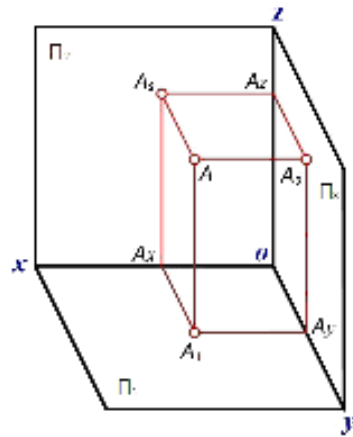
Перейдя к эпюру, мы утратили пространственную картину расположения плоскостей и точки, но это обеспечивает точность и удобоизмеримость изображений при значительной простоте построений. Изложенный Монжем метод ортогонального проецирования, был и остается основным методом составления технических чертежей.

Трехкартинный комплексный чертеж точки

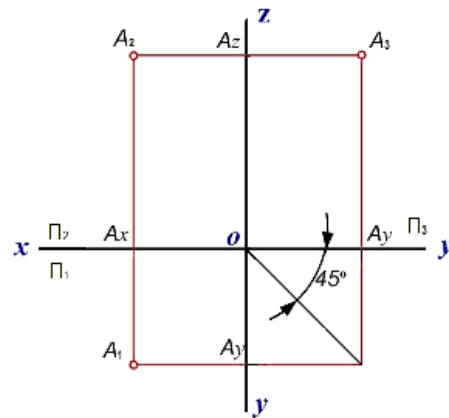
Для более точного изображения сложных геометрических объектов возникает необходимость использовать третью плоскость проекций, расположенную перпендикулярно горизонтальной Π_1 и фронтальной Π_2 плоскостям проекций:

Π_3 – профильная плоскость проекций (рис. 1.2а).

Плоскости проекций Π_1 и Π_2 пересекаются по оси x , плоскости Π_1 и Π_3 – по оси y , плоскости Π_2 и Π_3 – по оси z .



а) пространственная модель



б) комплексный чертеж

Рисунок 1.2 – Трехкартинный комплексный чертеж точки

Для преобразования модели в комплексный чертеж необходимо оставить фронтальную плоскость проекций Π_2 неподвижной, горизонтальную плоскость Π_1 вращать вокруг оси x , а профильную плоскость Π_3 – вокруг оси z до совмещения с плоскостью Π_2 (рис. 1.2б).

По положению в пространстве точки подразделяются на:

- точки общего положения, т.е. не принадлежащие ни одной из плоскостей проекций (рис 1.2);
- точки частного положения, т.е. принадлежащие какой-либо плоскости проекций (рис. 1.3).

Если одна из координат точки равна нулю, это означает, что точка принадлежит одной из плоскостей проекций. Если у точки две координаты равны нулю, точка принадлежит одной из осей координат.

Например, на рисунке 3.3 точки А и С – точки общего положения. Точка В принадлежит горизонтальной плоскости проекций Π_1 , а точка D – фронтальной плоскости проекций Π_2 .

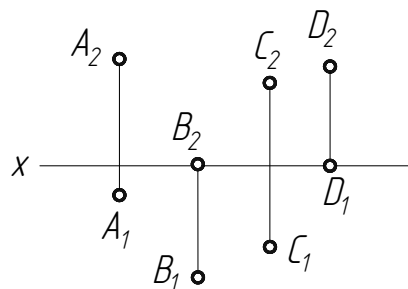


Рисунок 1.3 – Точки общего и частного положения

1.2 Классификация прямых

Для определения проекций прямой достаточно спроецировать две ее точки.

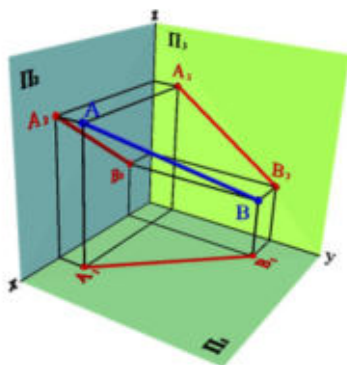
В зависимости от положения прямой по отношению к плоскостям проекций она может занимать как общее, так и частные положения (рис. 1.4).



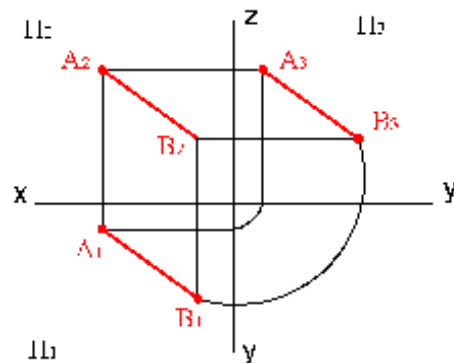
Рисунок 1.4 – Классификация прямых по положению относительно плоскостей проекций

Прямая общего положения

Прямую, не параллельную и не перпендикулярную ни одной из плоскостей проекций, называют *прямой общего положения* (рис. 1.5). Все точки прямой имеют различные координаты X , Y , Z , и ее проекции не параллельны осям проекций x , y , z .



пространственная модель



б) комплексный чертеж

Рисунок 1.5 – Прямая общего положения

Прямые частного положения

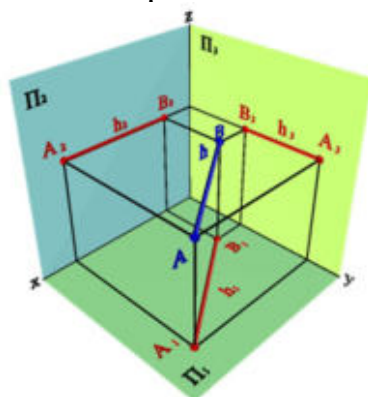
1. *Линии уровня* – это прямые, параллельные одной из плоскостей проекций. Таких прямых три.

а) *Горизонталь* – прямая, параллельная горизонтальной плоскости проекций Π_1 (рис. 1.6). Обозначается горизонталь h .

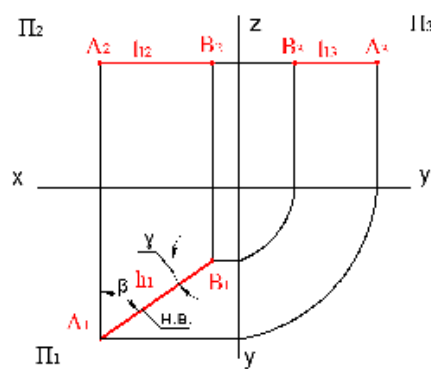
На горизонтальную плоскость проекций Π_1 такая прямая проецируется без искажения (в натуральную величину).

β – угол наклона горизонтали к плоскости проекций Π_2 ,

γ – угол наклона горизонтали к плоскости проекций Π_3 .



а) пространственная модель



б) комплексный чертеж

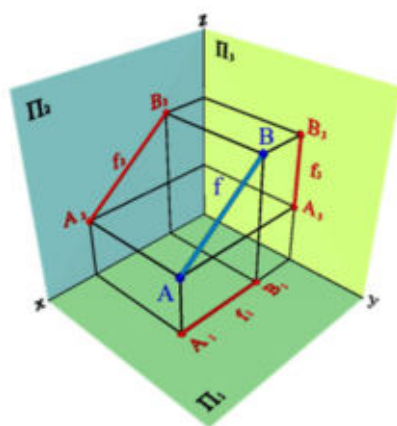
Рисунок 1.6 – Горизонталь

б) *Фронталь* – прямая, параллельная фронтальной плоскости проекций Π_2 (рис. 1.7). Обозначается фронталь f .

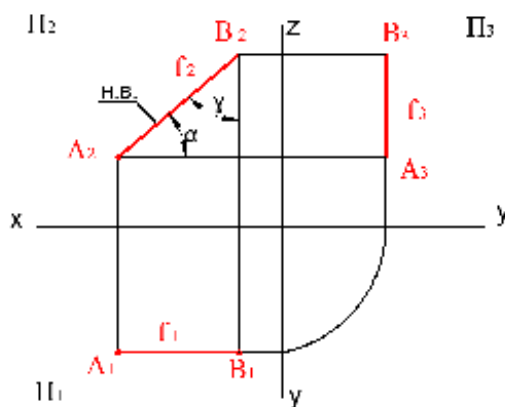
На фронтальную плоскость проекций Π_2 такая прямая проецируется без искажения (в натуральную величину).

α – угол наклона горизонтали к плоскости проекций Π_1 ,

γ – угол наклона горизонтали к плоскости проекций Π_3 .



а) пространственная модель



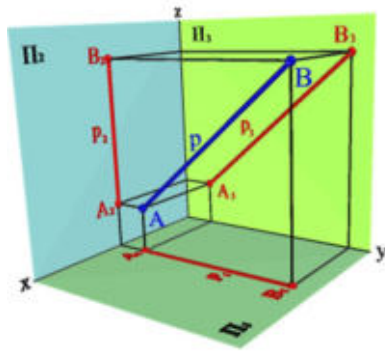
б) комплексный чертеж

Рисунок 1.7 – Фронталь

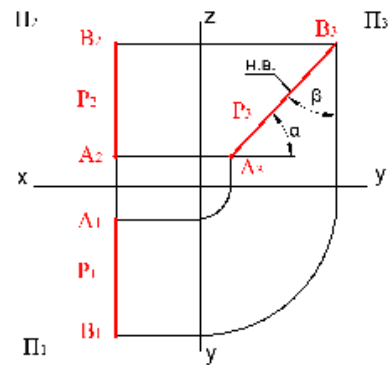
в) *Профильная прямая уровня* – прямая, параллельная профильной плоскости проекций Π_3 (рис. 1.8).

На профильную плоскость проекций Π_3 такая прямая проецируется без искажения (в натуральную величину).

α – угол наклона горизонтали к плоскости проекций Π_1 ,
 β – угол наклона горизонтали к плоскости проекций Π_2 .



а) пространственная модель



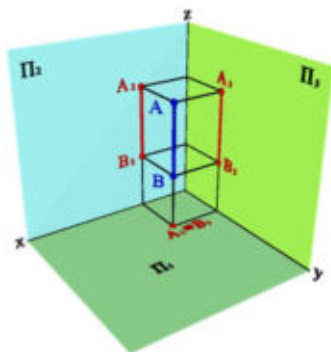
б) комплексный чертёж

Рисунок 1.8 – Профильная прямая уровня

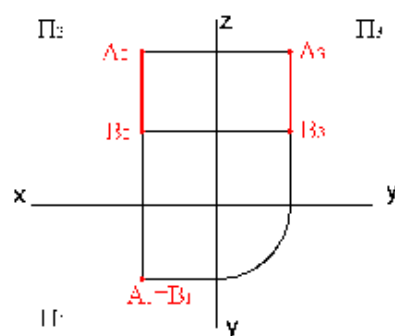
2. *Проецирующей прямой* называется прямая, перпендикулярная одной из плоскостей проекций.

Такая прямая проецируется в точку на ту плоскость проекций, к которой перпендикулярна. Две другие проекции прямой параллельны осям и проецируются в натуральную величину.

а) *горизонтально проецирующая прямая* – это прямая, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций Π_1 (рис. 1.9).



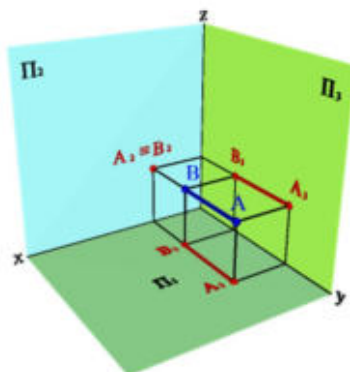
а) пространственная модель



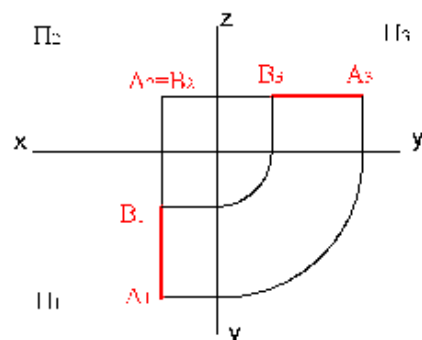
б) комплексный чертёж

Рисунок 1.9 – Горизонтально проецирующая прямая

б) *фронтально проецирующая прямая* – это прямая, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций Π_2 (рис. 1.10).



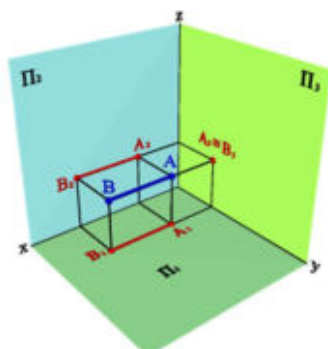
а) пространственная модель



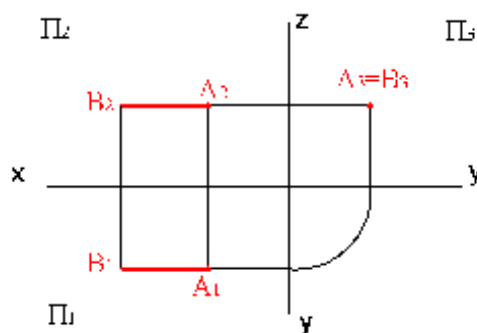
б) комплексный чертёж

Рисунок 1.10 – Фронтально проецирующая прямая

в) *профильно проецирующая прямая* – это прямая, перпендикулярная профильной плоскости проекций Π_3 (рис. 1.11).



а) пространственная модель



б) комплексный чертеж

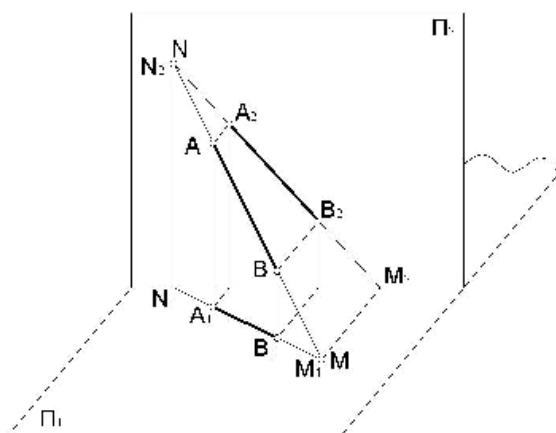
Рисунок 1.11 – Профильно проецирующая прямая

Следы прямой

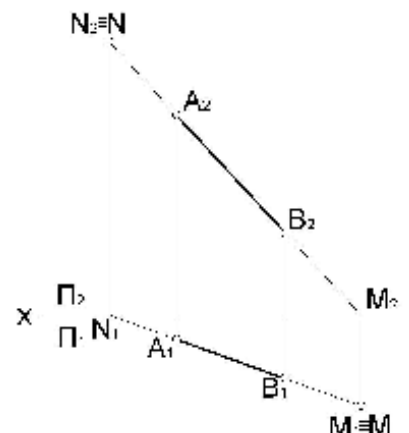
Точки пересечения прямой общего положения с плоскостями проекций называют *следами* (рис. 1.12). В зависимости от того с какой из плоскостей проекций пересекается прямая, различают: горизонтальный, фронтальный и профильный следы.

Для построения горизонтального следа прямой необходимо продолжить ее фронтальную проекцию до пересечения с осью x и провести линию связи (перпендикулярно оси x) до пересечения с горизонтальной проекцией прямой. Таким образом горизонтальная проекция горизонтального следа совпадает с самим следом ($M = M_1$), а фронтальная его проекция M_2 лежит на оси x (рис. 1.12б).

Для построения фронтального следа прямой необходимо продолжить ее горизонтальную проекцию до пересечения с осью x и провести линию связи до пересечения с фронтальной проекцией прямой. Таким образом фронтальная проекция фронтального следа совпадает с самим следом ($N = N_2$), а горизонтальная его проекция N_1 лежит на оси x (рис. 1.12б).



а) пространственная модель



б) комплексный чертеж

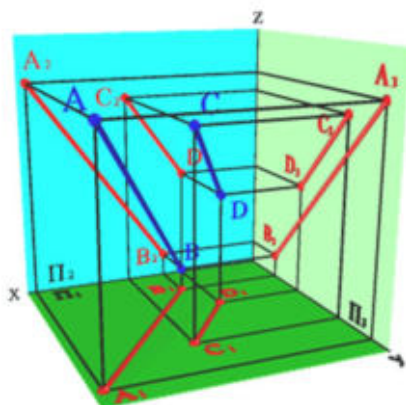
Рисунок 1.12 – Следы прямой АВ

1.3 Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Метод конкурирующих точек

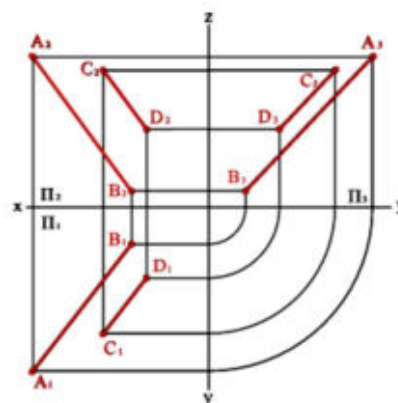
Прямые в пространстве могут быть параллельны, могут пересекаться и скрещиваться.

Параллельными называются две прямые, которые лежат в одной плоскости и не имеют общих точек.

Если в пространстве две прямые параллельны друг другу, то их одноименные проекции параллельны (рис. 1.13).



а) пространственная модель

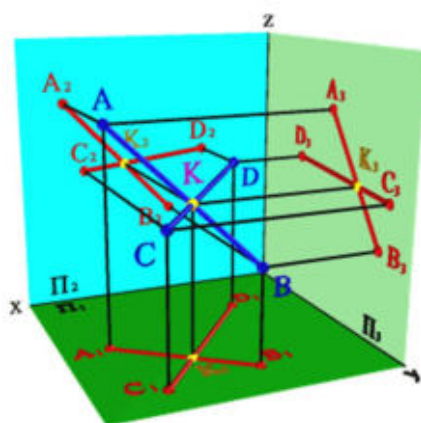


б) комплексный чертеж

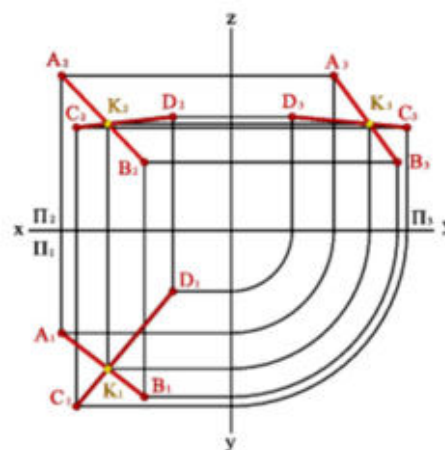
Рисунок 1.13 – Параллельные прямые

Пересекающимися называются две прямые лежащие в одной плоскости и имеющие одну общую точку.

Если две прямые пересекаются в пространстве, то на комплексном чертеже их одноименные проекции пересекаются в точках, расположенных на одной линии связи (рис. 1.14).



а) пространственная модель



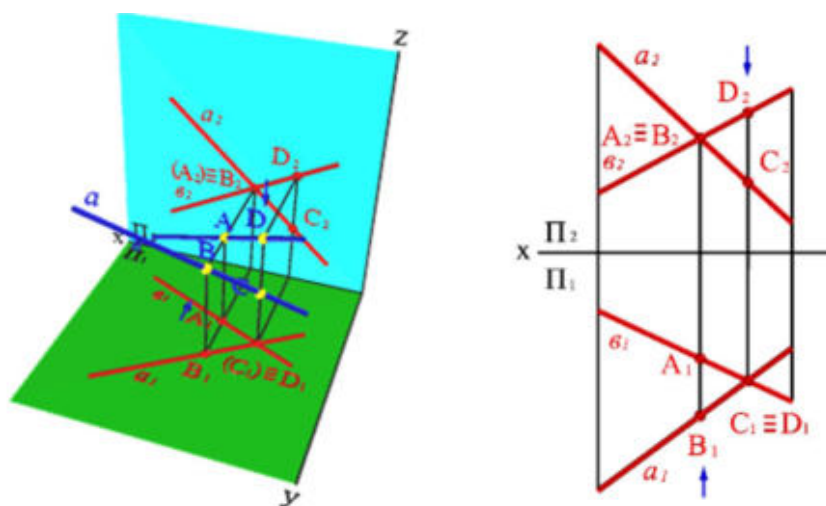
б) комплексный чертеж

Рисунок 1.14 – Пересекающиеся прямые

Перпендикулярные прямые – это частный случай пересекающихся прямых.

Скрещивающимися называются две прямые, не лежащие в одной плоскости.

Если прямые скрещиваются в пространстве, то точки пересечения их проекций не расположены на одной линии связи (рис. 1.15).



а) пространственная модель

б) комплексный чертеж

Рисунок 1.15 – Скрещивающиеся прямые

Метод конкурирующих точек

При решении позиционных задач для определения видимости геометрических объектов используется метод конкурирующих точек.

Точки, расположенные на одной проецирующей прямой, называются *конкурирующими*.

Рассмотрим комплексный чертеж скрещивающихся прямых a и b (рис. 1.15) и определим видимость прямых относительно плоскостей проекций.

Точка пересечения фронтальных проекций прямых представляет собой проекции двух точек A и B , одна из которых принадлежит прямой a , другая – прямой b . Точки A и B являются фронтально конкурирующими.

Видимой из них является та, которая дальше расположена от оси проекций. Например, точки A и B одинаково удалены от плоскости проекций Π_1 , но расстояния от плоскости проекций Π_2 различны: точка B , лежащая на прямой a , расположена дальше от оси x , поэтому фронтальная проекция точки B закрывает проекцию точки A , и точка B в плоскости Π_2 является видимой. Для горизонтально конкурирующих точек C и D решение аналогично.

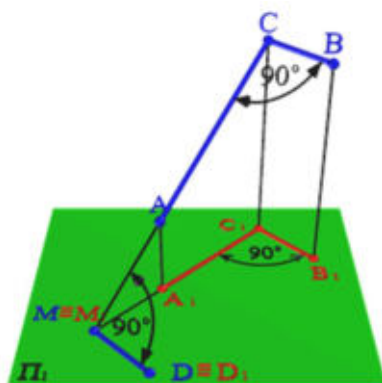
Теорема о проецировании прямого угла

Теорема. Если хотя бы одна из сторон прямого угла параллельна плоскости проекций, а другая не перпендикулярна ей, то на эту плоскость прямой угол проецируется без искажения (рис. 1.16).

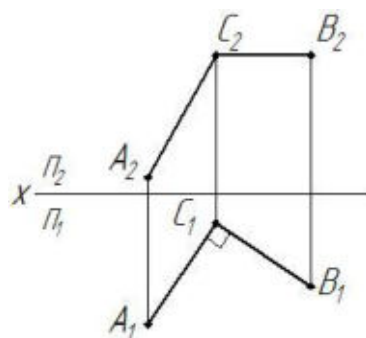
Из теоремы следует:

Горизонтальная проекция перпендикуляра к плоскости перпендикулярна к горизонтальной проекции горизонтали плоскости (рис. 1.16).

Фронтальная проекция перпендикуляра к плоскости перпендикулярна фронтальной проекции фронтали этой плоскости (рис. 1.17).



а) пространственная модель



б) комплексный чертеж

Рисунок 1.16 – Иллюстрация теоремы о проецировании прямого угла

Рассмотрим построение перпендикуляра на примере следующей задачи.

Задача. Из точки А опустить перпендикуляр на фронталь (рис. 1.17а).

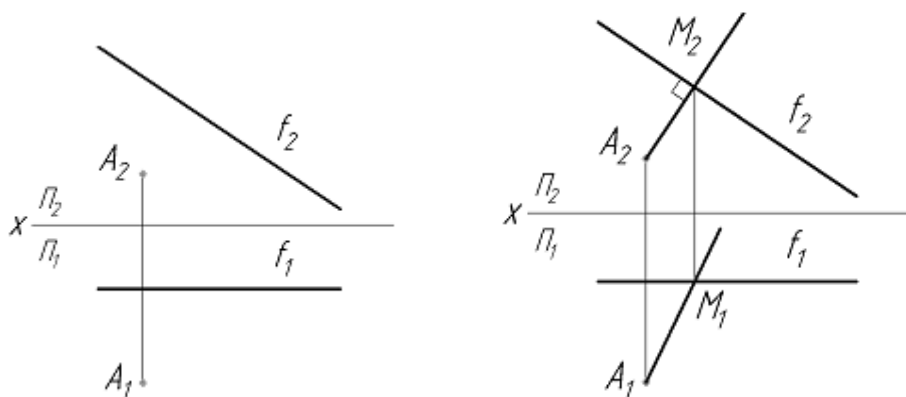


Рисунок 1.17 – Построение перпендикуляра

Решение.

Так как прямая, заданная в задаче, является фронталью, то по теореме о проецировании прямого угла фронтальную проекцию перпендикуляра проводим к фронтальной проекции фронтали. Из проекции A_2 проводим линию, перпендикулярную f_2 (рис. 1.17б). Для построения горизонтальной проекции перпендикуляра отмечаем точку М пересечения перпендикуляра с фронталью, определяем ее положение в горизонтальной плоскости и соединяем с A_1 .

1.4 Метод прямоугольного треугольника

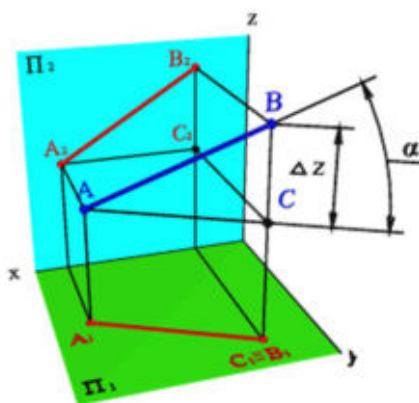
Отрезок прямой, параллельной какой-либо плоскости проекций (прямой частного положения), проецируется на данную плоскость без искажения (в натуральную величину). Угол наклона этого отрезка к плоскости проекций проецируются также в натуральную величину.

Отрезок прямой общего положения проецируется на плоскость проекций с искажением. Натуральную величину отрезка прямой общего положения и углов наклона его к плоскостям проекций можно определить методом прямоугольного треугольника (рис. 1.18 и 1.19).

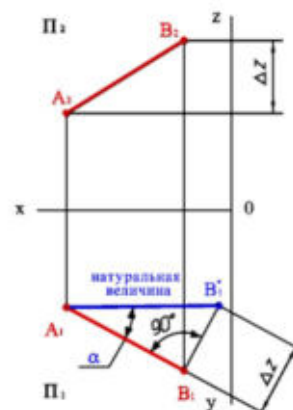
Натуральная величина отрезка прямой – это гипотенуза прямоугольного треугольника, в котором одним катетом является проекция отрезка прямой (A_1B_1

или A_2B_2), а вторым катетом разность расстояний от концов отрезка прямой до соответствующей плоскости проекций (Π_1 или Π_2).

На рисунке 1.18 длина отрезка AB определяется из прямоугольного треугольника ABC . Для этого на эюре из B_1 под углом 90° проводим отрезок $B_1B_1^* = \Delta z$, полученная в результате построений гипотенуза $A_1B_1^*$ и будет натуральной величиной отрезка AB .



а) пространственная модель

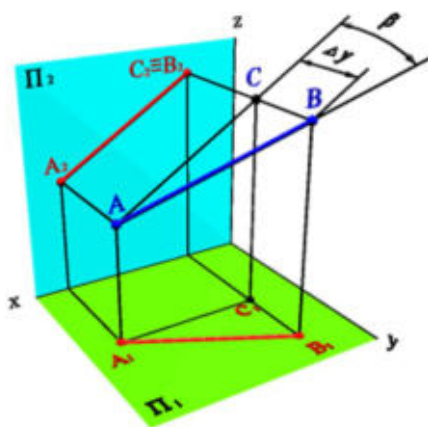


б) комплексный чертеж

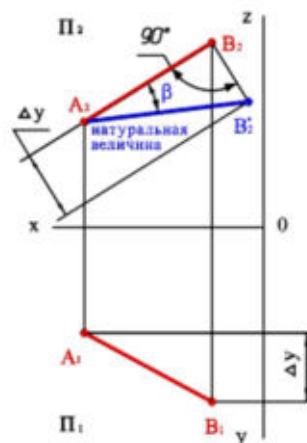
Рисунок 1.18 - Определение натуральной величины отрезка и угла его наклона к горизонтальной плоскости проекций

Угол, заключенный между проекцией отрезка A_1B_1 и его натуральной величиной $A_1B_1^*$ (угол $B_1A_1B_1^* = \alpha$) будет углом наклона отрезка AB к плоскости Π_1 (рис. 1.18).

Для определения β – угла наклона отрезка к плоскости Π_2 построения аналогичные (рис. 1.19). Только в треугольнике ABV^* сторона $BB^* = \Delta y$ и треугольник совмещается с плоскостью Π_2 .



а) пространственная модель



б) комплексный чертеж

Рисунок 1.19 – Определение натуральной величины отрезка и угла его наклона к фронтальной плоскости проекций

1.5 Способы задания плоскости на комплексном чертеже

Положение плоскости в пространстве можно определить:

1. Тремя точками, не лежащими на одной прямой (рис. 1.20);
2. Прямой линией и точкой, не принадлежащей этой прямой (рис. 1.21);
3. Двумя пересекающимися прямыми (рис. 1.22);
4. Двумя параллельными прямыми (рис. 1.23);
5. Плоской фигурой (например, треугольником – рис. 1.24);
6. Следами плоскости (рис. 1.25).

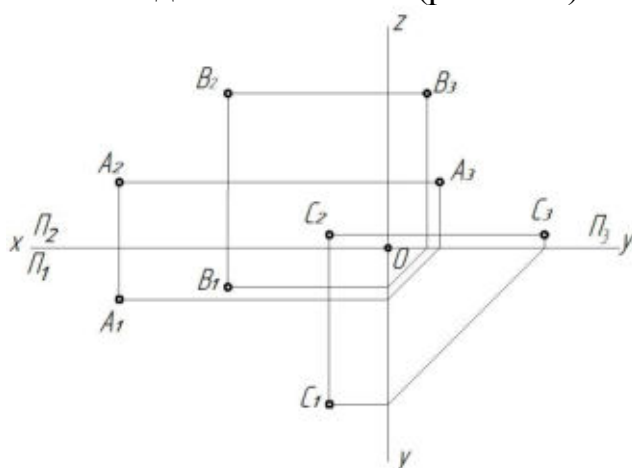


Рисунок 1.20 – Плоскость задана тремя точками, не лежащими на одной прямой

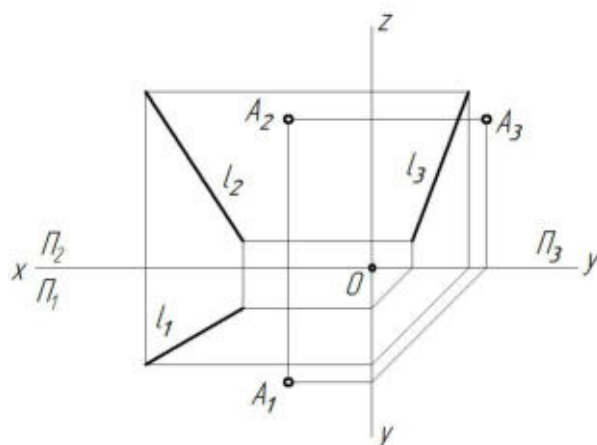


Рисунок 1.21 – Плоскость задана прямой и точкой, не принадлежащей этой прямой

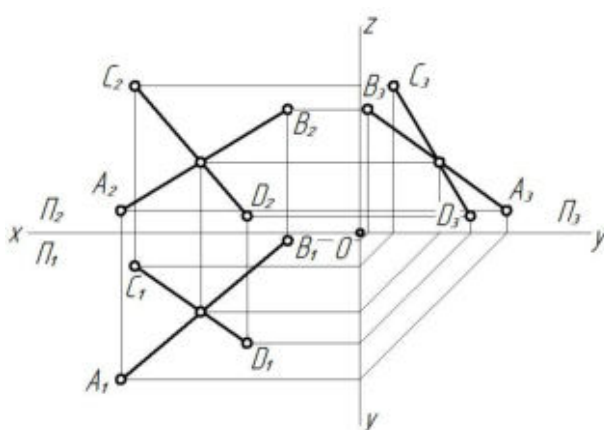


Рисунок 1.22 – Плоскость задана пересекающимися прямыми

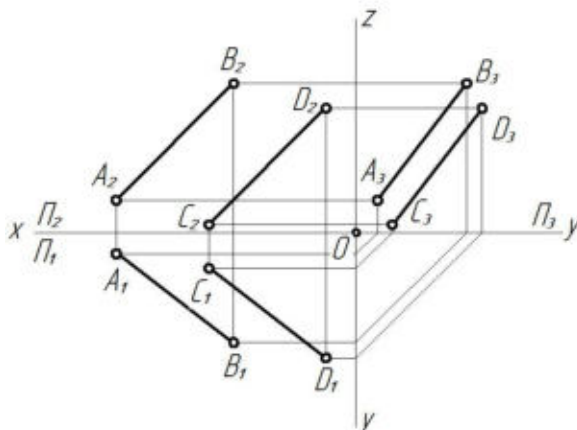


Рисунок 1.23 – Плоскость задана параллельными прямыми

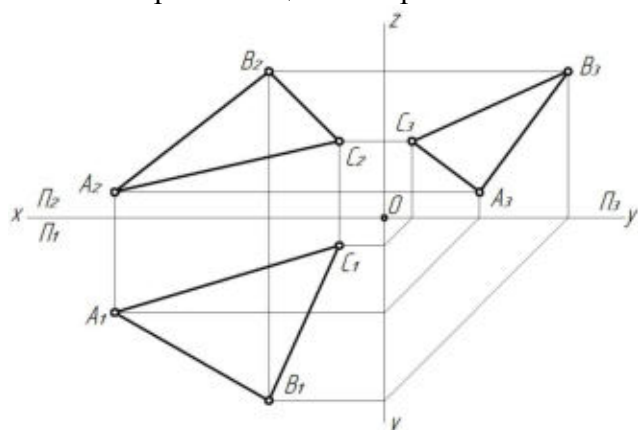


Рисунок 1.24 – Плоскость задана треугольником

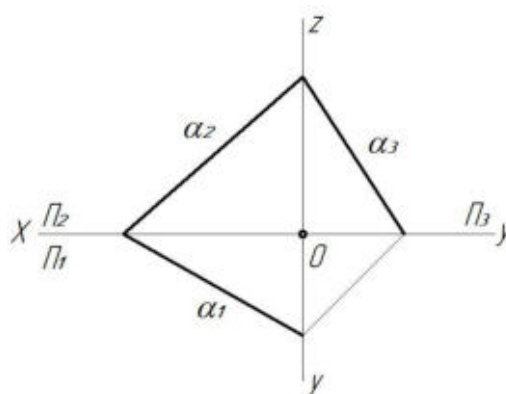


Рисунок 1.25 – Следы плоскости

Следом плоскости называется линия пересечения плоскости с плоскостями проекций (рис. 1.25). В зависимости от того с какой из плоскостей проекций пересекается данная плоскость, различают: горизонтальный, фронтальный и профильный следы плоскости.

1.6 Классификация плоскостей

Относительно плоскостей проекций плоскости могут занимать в пространстве общее и частное положение (рис. 1.26).

Плоскость, которая расположена наклонно ко всем плоскостям проекций, т.е. занимающая произвольное положение по отношению к плоскостям проекций, называется *плоскостью общего положения* (рис. 1.20-1.25).

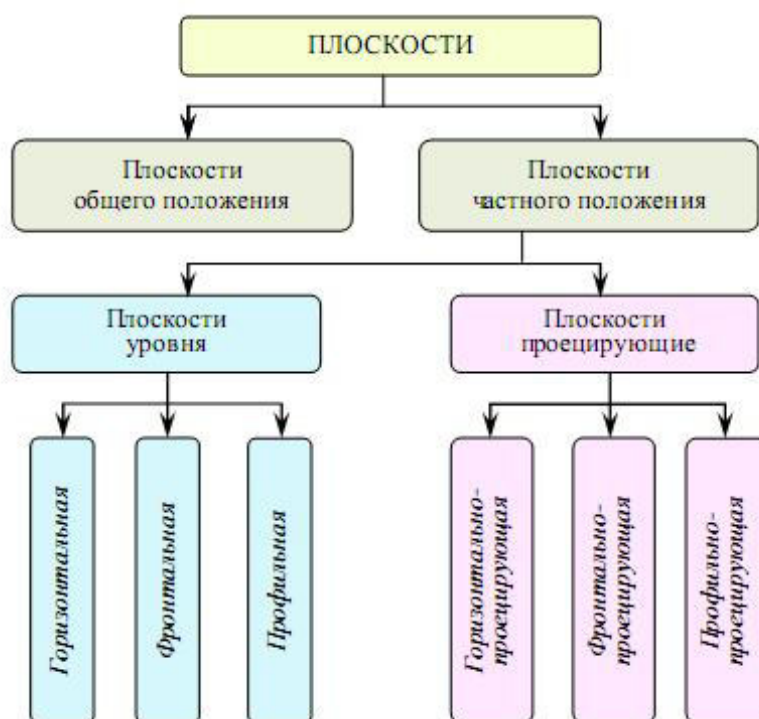


Рисунок 1.26 – Классификация плоскостей

Плоскости частного положения

1. *Проецирующей* называется плоскость, перпендикулярная к одной из плоскостей проекций. В зависимости от того, какой плоскости проекций перпендикулярна заданная плоскость, различают:

а) *Горизонтально проецирующая плоскость* – это плоскость, перпендикулярная горизонтальной плоскости проекций Π_1 (рис. 1.27). Горизонтальная проекция такой плоскости представляет собой прямую линию, которая одновременно является ее горизонтальным следом.

б) *Фронтально проецирующая плоскость* – это плоскость, перпендикулярная фронтальной плоскости проекций Π_2 (рис. 1.28). Фронтальной проекцией плоскости является прямая линия, совпадающая со следом плоскости.

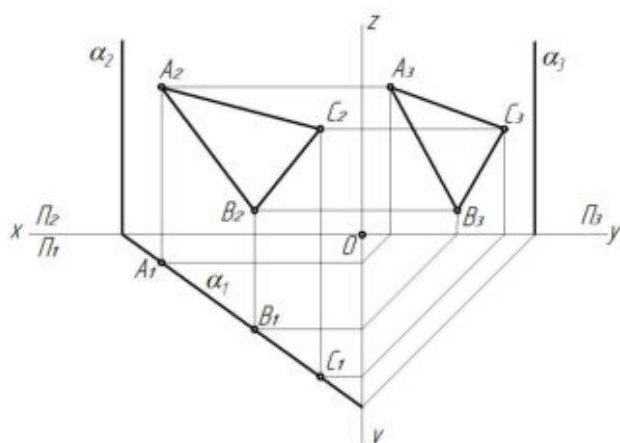


Рисунок 1.27 – Горизонтально проецирующая плоскость

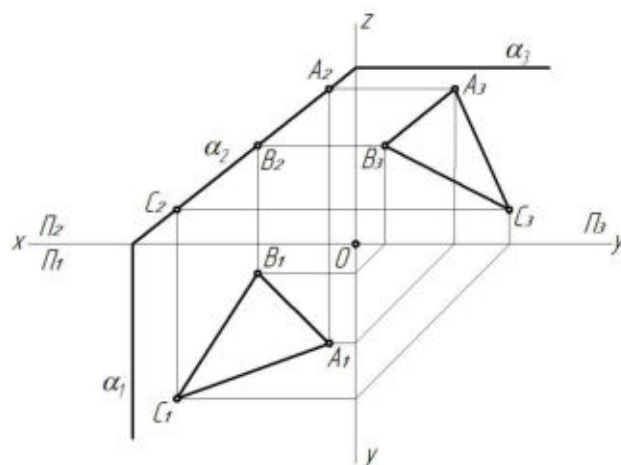


Рисунок 1.28 – Фронтально проецирующая плоскость

в) *Профильно проецирующая плоскость* – это плоскость, перпендикулярная профильной плоскости проекций Π_3 (рис. 1.29).

2. Плоскость, параллельная одной из плоскостей проекций, называется *плоскостью уровня*. В зависимости от того, какой плоскости параллельны исследуемая плоскость, различают:

а) *Горизонтальная плоскость уровня* – это плоскость, параллельная горизонтальной плоскости проекций Π_1 (рис. 1.30). Любая фигура в этой плоскости проецируется на плоскость Π_1 без искажения, а на плоскости Π_2 и Π_3 в прямые, параллельные осям проекций, – следы плоскости.

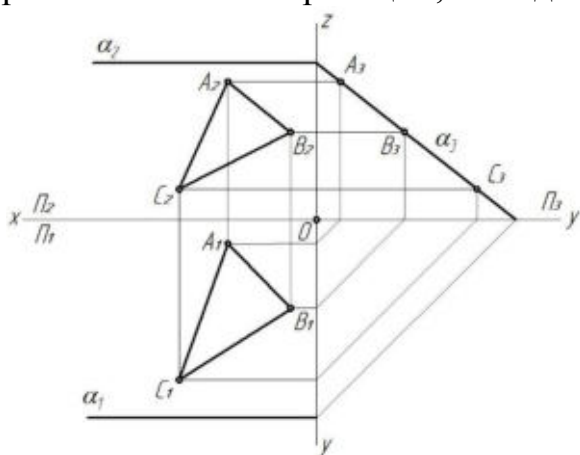


Рисунок 1.29 – Профильно проецирующая плоскость

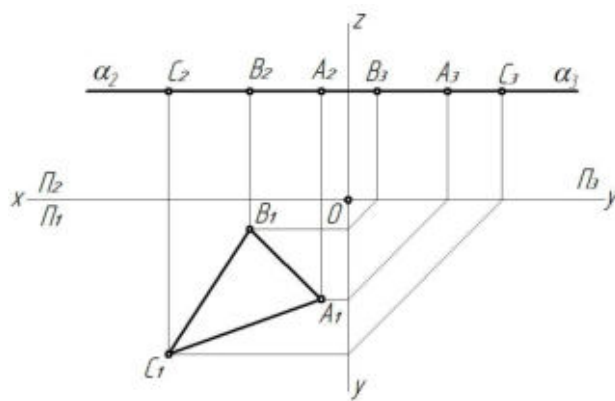


Рисунок 1.30 – Горизонтальная плоскость уровня

б) *Фронтальная плоскость уровня* – это плоскость, параллельная фронтальной плоскости проекций Π_2 (рис. 1.31). Любая фигура в этой плоскости проецируется на плоскость Π_2 без искажения, а на плоскости Π_1 и Π_3 в прямые, параллельные осям проекций, – следы плоскости α_{Π_1} и α_{Π_3} .

в) *Профильная плоскость уровня* – это плоскость, параллельная профильной плоскости проекций Π_3 (рис. 1.32). Любая фигура в этой плоскости проецируется на плоскость Π_3 без искажения, а на плоскости Π_1 и Π_2 в прямые, параллельные осям проекций, – следы плоскости α_{Π_1} и α_{Π_2} .

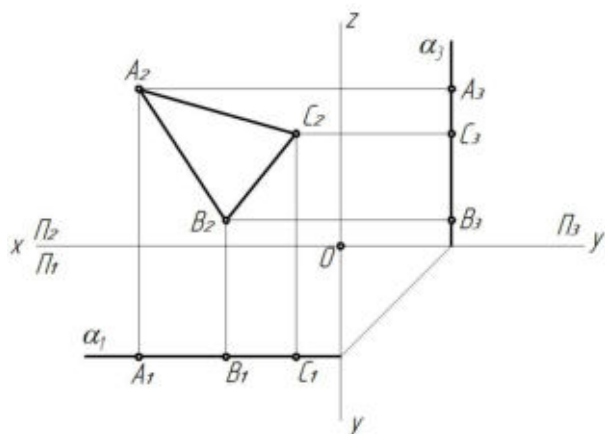


Рисунок 1.31 – Фронтальная плоскость уровня

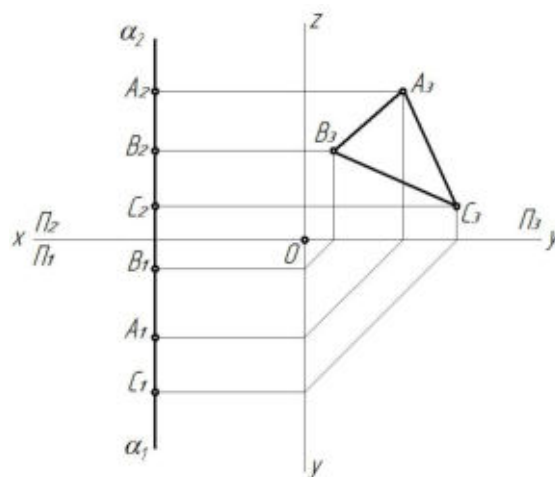


Рисунок 1.32 – Профильная плоскость уровня

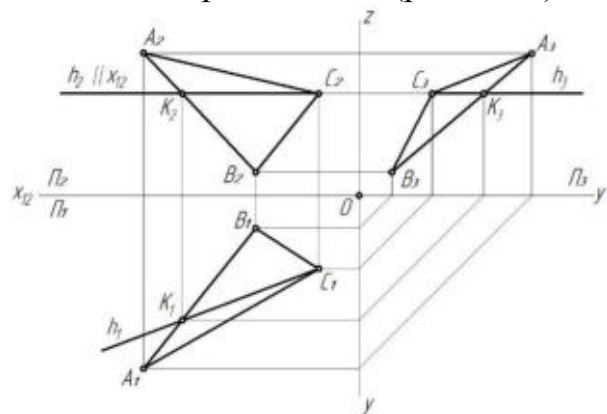
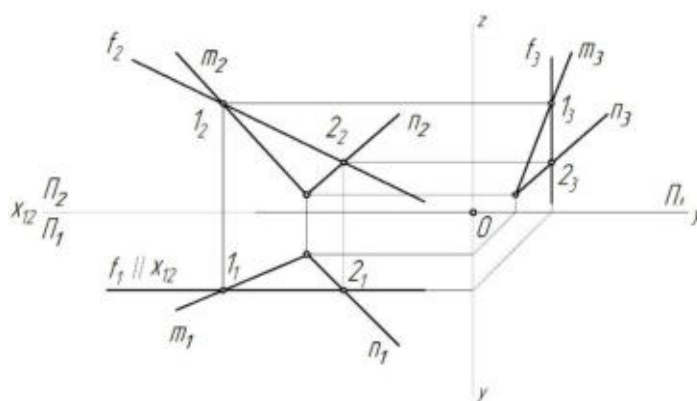
1.7 Прямые особого положения плоскости

Среди прямых линий, принадлежащих плоскости, особое место занимают прямые, занимающие частное положение в пространстве.

1. Линии уровня плоскости

а) *Горизонталь* – прямая, лежащая в плоскости и параллельная горизонтальной плоскости проекций Π_1 (рис. 1.33).

б) *Фронталь* – прямая, лежащая в плоскости и параллельная фронтальной плоскости проекций Π_2 (рис. 1.34).

Рисунок 1.33 – Горизонталь в плоскости ΔABC Рисунок 1.34 – Фронталь в плоскости ΔABC

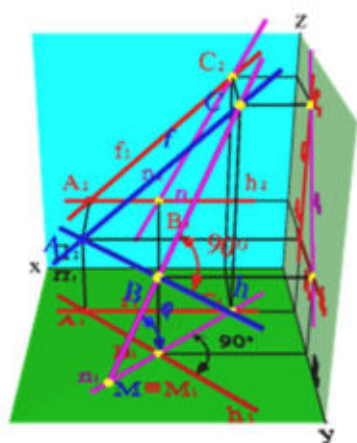
в) *Профильная прямая* – прямая, лежащая в плоскости и параллельная профильной плоскости проекций Π_3 .

2. *Линии наибольшего наклона* плоскости – это прямые плоскости, перпендикулярные к линиям уровня.

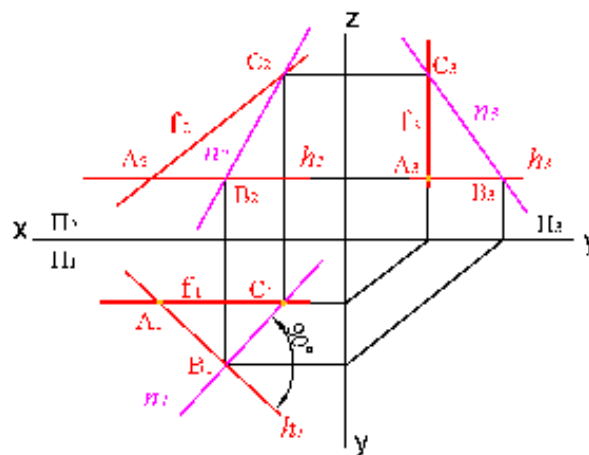
Прямая, перпендикулярная горизонтали, – это линия наибольшего наклона плоскости к горизонтальной плоскости проекций Π_1 (линия ската) (рис. 1.35).

Прямая, перпендикулярная фронтальной, – это линия наибольшего наклона плоскости к фронтальной плоскости проекций Π_2 .

Прямая, перпендикулярная профильной прямой уровня, – это линия наибольшего наклона плоскости к профильной плоскости проекций Π_3 .



а) пространственная модель



б) комплексный чертеж

Рисунок 1.35 – Линия ската

1.8 Определение точки пересечения прямой с плоскостью

Нахождение точки пересечения прямой линии и плоскости – одна из основных задач начертательной геометрии.

Алгоритм решения задачи на пересечение прямой общего положения с плоскостью общего положения состоит из следующей последовательности действий:

1. Построение вспомогательной секущей плоскости γ (в качестве вспомогательной плоскости γ рекомендуется брать одну из проецирующих плоскостей), которую проводят через прямую $a \in \gamma$.
2. Построение линии n пересечения вспомогательной плоскости γ и заданной плоскости α .
3. Определение искомой точки K , как точки пересечения двух прямых, заданной прямой a и полученной в результате пересечения плоскостей прямой n .
4. Определение видимости прямой a относительно плоскости α .

Рассмотрим построение точки пересечения прямой общего положения с плоскостью общего положения на примере задачи.

Задача. Даны плоскость ABC и прямая a . Требуется найти точку пересечения прямой с плоскостью и определить видимость прямой по отношению к плоскости (рис. 1.36).

Решение.

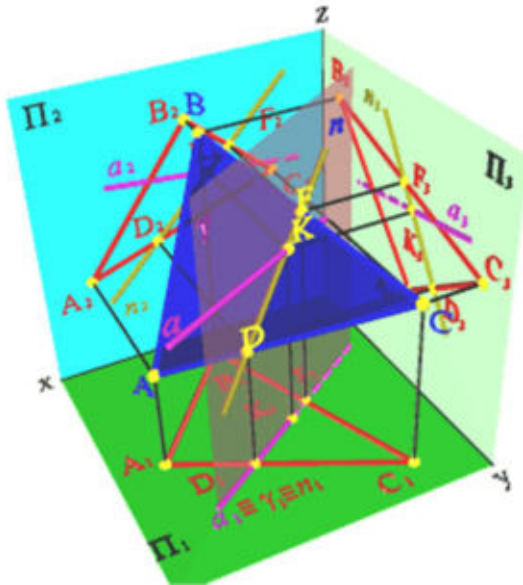
1. Включить прямую a во вспомогательную плоскость горизонтально проецирующую плоскость γ ($\gamma \perp \Pi_1$, $a \in \gamma$). Тогда на горизонтальной плоскости проекций Π_1 проекция плоскости γ_1 совпадает с ее следом и содержит в себе горизонтальную проекцию линии n – линии пересечения плоскости γ с заданной плоскостью ABC (D_1F_1).

2. Горизонтальный след плоскости γ_1 пересекает проекцию плоскости $A_1B_1C_1$ в точках D_1 и F_1 , которые определяют положение горизонтальной проекции n_1 – линии пересечения плоскостей γ и ABC . Для нахождения фронтальной и

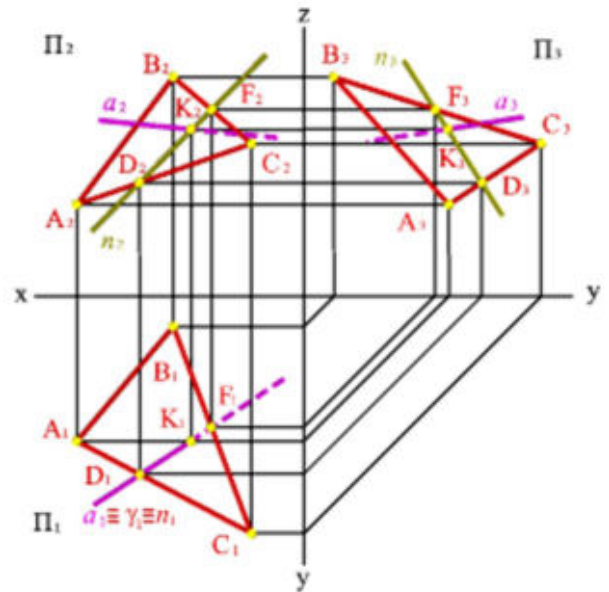
профильной проекции n спроецируем точки D и F на фронтальную и профильную плоскости проекций.

3. Построить точку встречи прямой a с плоскостью ABC как точку пересечения данной прямой a с построенной DF . На фронтальной и профильной проекциях линия пересечения плоскостей n пересекает проекции a в точке K , которая и является проекцией точки пересечения прямой a с плоскостью ABC , по линии связи находим горизонтальную проекцию K_1 .

4. Методом конкурирующих точек определяем видимость прямой a по отношению к плоскости ABC .



а) пространственная модель



б) комплексный чертеж

Рисунок 1.36 – Прямая, перпендикулярная плоскости

2 Способы преобразования чертежа

Принимают следующие способы преобразования комплексного чертежа:

1. Способ замены плоскостей проекции.
2. Способ вращения:
 - вращение вокруг проецирующей прямой;
 - вращение вокруг прямой уровня;
 - плоскопараллельное перемещение.
3. Способ совмещения с плоскостью проекции.

При выполнении графической информации наиболее распространенными являются следующие способы преобразования чертежа:

- способ плоскопараллельного перемещения;
- способ замены плоскостей проекций.

Данные способы преобразования чертежа применяются при выполнении дополнительных и местных видов, разрезов (простых и сложных), сечений и выносных элементов.

Преобразования чертежа сводятся к решению одной из четырех задач:

1. Преобразование прямой общего положения в прямую уровня.
2. Преобразование прямой уровня в проецирующую прямую.
3. Преобразование плоскости общего положения в проецирующую плоскость.
4. Преобразование проецирующей плоскости в плоскость уровня.

2.1 Способ плоскопараллельного перемещения

Сущность способа – заключается в том, что плоскости проекции Π_1 и Π_2 остаются неподвижными в пространстве, а перемещаемый геометрический объект перемещается относительно плоскостей проекции так, что каждая из точек перемещения в плоскости параллельна одной из плоскостей проекции, относительно которой ведется перемещение.

Достаточно лишь, не изменяя вида и величины одной из проекций рассматриваемой фигуры, переместить эту проекцию в требуемое положение, а затем построить вторую проекцию, используя линии связи.

Примеры решения задач способом плоскопараллельного перемещения представлены на рисунках 2.1-2.4 (задачи 1-4).

Задача 1. Определить натуральную величину отрезка AB способом плоскопараллельного перемещения (рис. 2.1).

Решение.

Фронтальную проекцию отрезка AB , сохраняя длину ($A_2'B_2' = A_2B_2$), перемещаем до положения параллельного оси $x_{1,2}$. Горизонтальную проекцию $A_1'B_1'$ находим по линиям связи. В результате плоскопараллельного перемещения отрезок AB прямой общего положения преобразован в отрезок уровня, и $A_1'B_1'$ определяет натуральную величину отрезка AB .

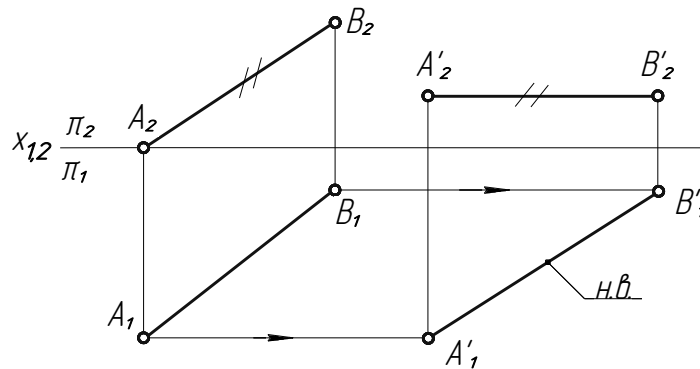


Рисунок 2.1 – Натуральная величина отрезка АВ

Задача 2. Преобразовать прямую AB общего положения в проецирующую (рис. 2.2).

Решение.

Сначала прямая AB преобразуем во фронтальную прямую уровня. Для этого горизонтальную проекцию отрезка AB , сохраняя длину ($A'_1B'_1 = A_1B_1$), перемещаем до положения параллельного оси. Фронтальную проекцию $A'_2B'_2$ находим по линиям связи.

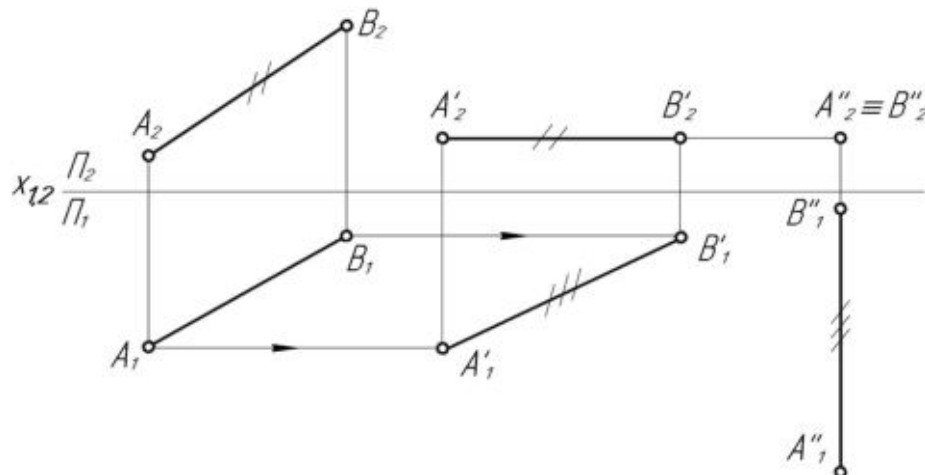


Рисунок 2.2 – Преобразование прямой общего положения в проецирующую

Затем прямую AB преобразуем в горизонтально проецирующую. Для этого проекцию $A'_2B'_2$ перемещаем до положения перпендикулярного оси $x_{1,2}$, сохраняя длину ($A''_2B''_2 = A'_2B'_2$). На горизонтальную плоскость проекций прямая спроецируется в точку $A''_1 \equiv B''_1$.

Задача 3. Определить кратчайшее расстояние от точки D до плоскости треугольника ABC способом плоскопараллельного перемещения (рис. 2.3).

Решение.

Для решения задачи плоскость α ($\triangle ABC$) преобразуем во фронтально проецирующую. Алгоритм решения задачи:

1. В плоскости α ($\triangle ABC$) строим горизонталь h .
2. Горизонтальную проекцию горизонтали h_1 располагаем перпендикулярно оси $x_{1,2}$, перемещаем $\triangle ABC$, сохраняя размеры и форму $\triangle A_1B_1C_1 = \triangle A'_1B'_1C'_1$. Положение проекций A'_1, C'_1 и D'_1 определяем засечками (например, из B'_1

проводим дугу радиуса $R = A_1B_1$, из I_1 проводим дугу радиуса $R = A_1I_1$, на пересечении находим A'_1).

3. Проекция $\Delta A'_2B'_2C'_2$ и D'_2 строим по линиям связи. Из D'_2 опускаем перпендикуляр на вырожденную проекцию плоскости, длина перпендикуляра и есть натуральная величина расстояния от точки D до α (ΔABC).

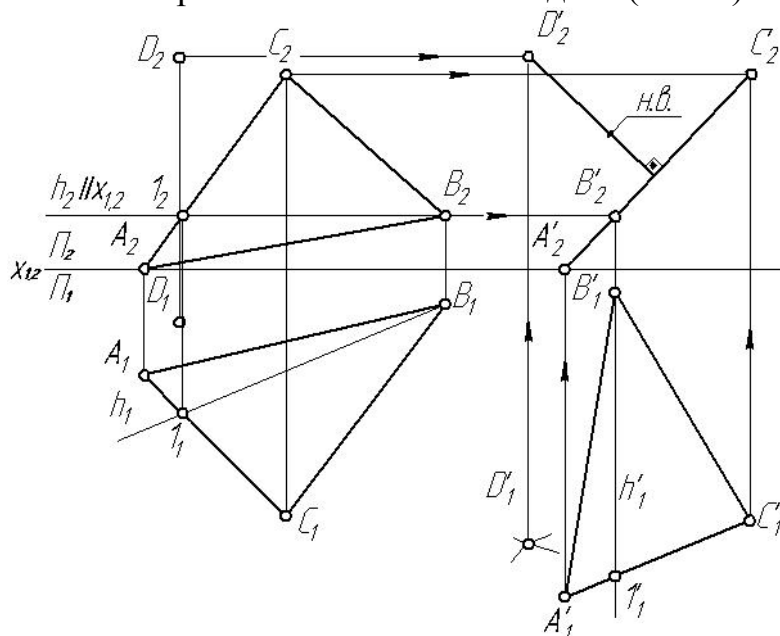


Рисунок 2.3 – Определение расстояния от точки до плоскости

Задача 4. Определить натуральную величину треугольника ABC способом плоскопараллельного перемещения (рис. 2.4).

Решение.

Сначала плоскость треугольника ABC преобразуем в проецирующую, затем в плоскость уровня.

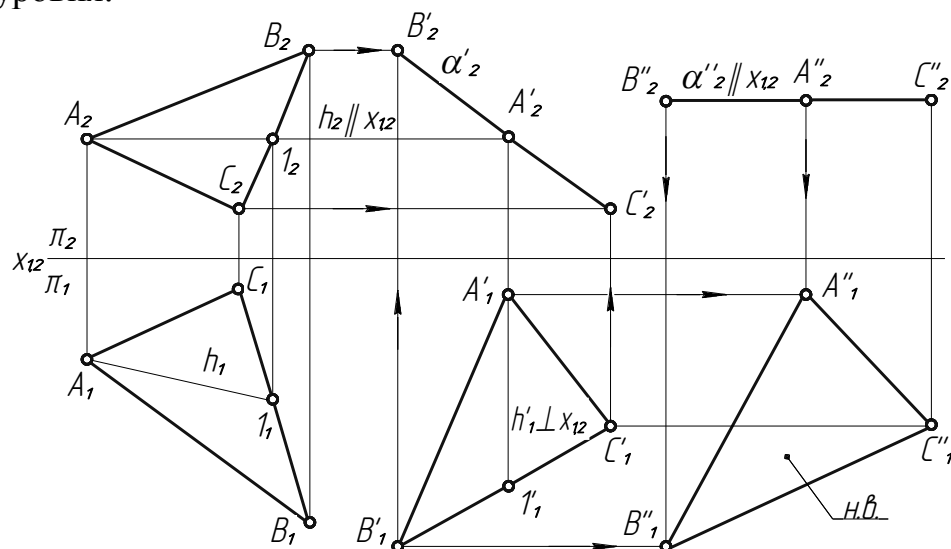


Рисунок 2.4 – Определение натуральной величины треугольника ABC

В плоскости α (ΔABC) строим горизонталь h (рис. 2.4). Горизонтальную проекцию горизонтали h_1 располагаем перпендикулярно оси $x_{1,2}$, т.е. горизонталь перемещается до положения фронтально-проецирующей прямой. Сохраняя форму и размеры $\Delta A_1B_1C_1 = \Delta A'_1B'_1C'_1$, перемещаем ΔABC в проецирующее положение.

Проекцию $\Delta A'_2B'_2C'_2$ строим по линиям связи. В результате такого преобразования плоскость общего положения переводится в положение фронтально-проецирующей плоскости.

При втором преобразовании фронтально-проецирующая плоскость располагается параллельно горизонтальной плоскости проекций. Располагаем $A''_2B''_2C''_2$ параллельно оси $x_{1,2}$, при этом сохраняя величину фронтальной проекции $A'_2B'_2C'_2 = A''_2B''_2C''_2$. По линиям связи получаем горизонтальную проекцию $\Delta A''_1B''_1C''_1$, которая передает натуральную величину ΔABC .

2.2 Способ замены плоскостей проекций

Сущность способа замены плоскостей проекции заключается в том, что какой-то геометрический объект общего положения переходит от исходной системы взаимно перпендикулярных плоскостей Π_1 и Π_2 к новой системе двух взаимно перпендикулярных плоскостей проекций, например Π_1 и Π_4 , в которой геометрический объект займёт частное положение. Положение самого геометрического объекта в пространстве при этом остаётся не изменённым.

При использовании способа замены плоскостей проекций необходимо соблюдать *следующие правила* построения новых проекций:

1. Заменить одну из плоскостей проекций другой и провести новую ось – пересечение новой плоскости проекций с оставшейся.
2. Провести новые линии связи от незаменяемых проекций точек перпендикулярно новой оси.
3. Измерить расстояния от заменяемых проекций точек до старой оси и отложить их от новой оси (рис. 2.5).

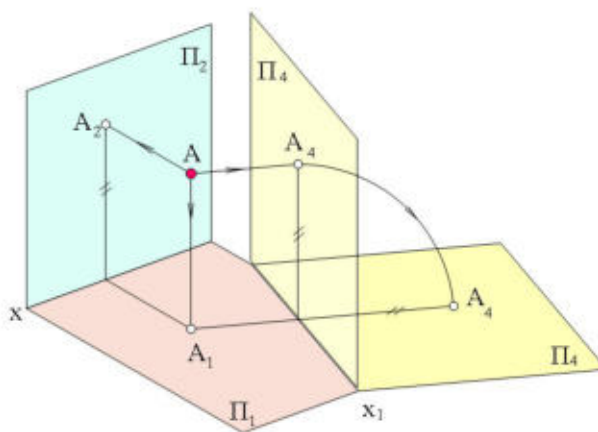


Рисунок 2.5 – Положение точки в новой плоскости проекций Π_4

Рассмотрим применение способа замены плоскостей проекций на примере решения следующих метрических задач.

Задача 1. Определить натуральную величину отрезка и угол наклона его к горизонтальной и фронтальной плоскостям проекций (рис. 2.6).

Решение.

Вводим новую плоскость проекций $\Pi_4 \perp \Pi_1$ и $\Pi_4 \parallel AB$, новая ось $x_{1,4} \parallel A_1B_1$. Определяем положение точек в новой системе плоскостей проекций. Для этого

через горизонтальные проекции точек A_1 и B_1 проведем линии связи, перпендикулярные новой оси $x_{1,4}$. Расстояние от новой оси до новой проекции точки должно равняться расстоянию от предыдущей оси до заменяемой (преобразуемой) проекции точки.

Т.к. $AB \parallel \Pi_4$, то натуральная величина отрезка AB определяется отрезком A_4B_4 . Угол γ – это угол наклона AB к горизонтальной плоскости проекций Π_1 . Угол φ – это угол наклона AB к фронтальной плоскости проекций Π_2 .

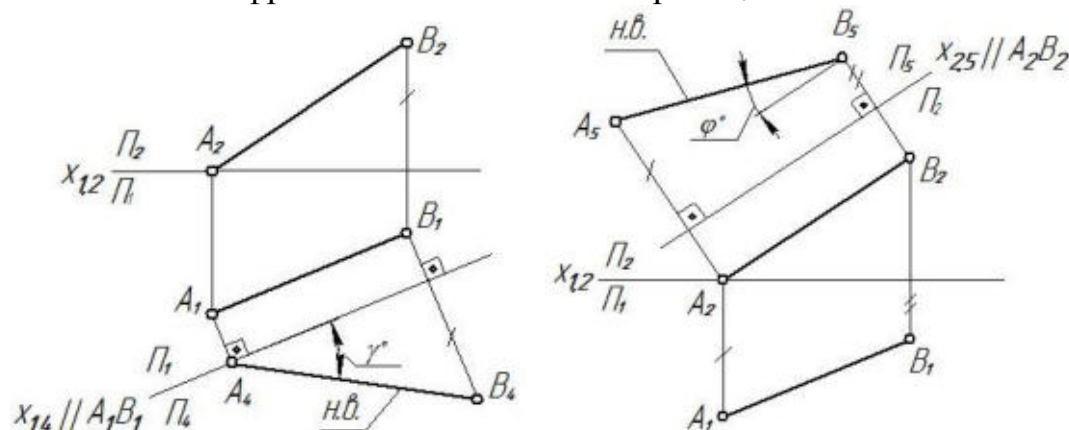


Рисунок 2.6 – Определение натуральной величины отрезка и угла наклона его к горизонтальной плоскости проекций

Задача 2. Способом замены плоскостей проекций определить натуральную величину расстояния между скрещивающимися прямыми (рис. 2.7).

Решение.

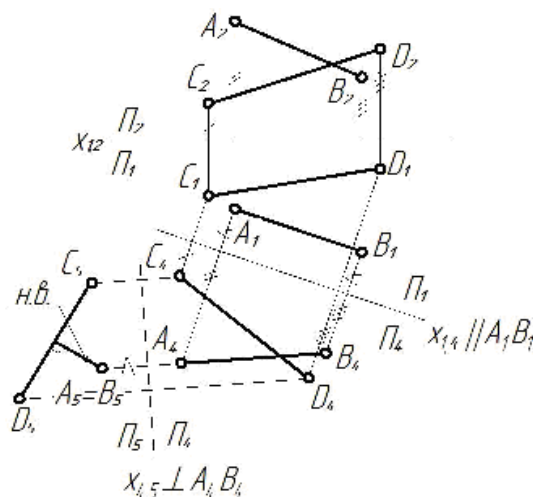


Рисунок 2.7 – Определение натуральной величины расстояния между скрещивающимися прямыми

Для определения кратчайшего расстояния между скрещивающимися прямыми удобно, чтобы одна из прямых располагалась перпендикулярно плоскости проекций. Для этого надо последовательно ввести две новые плоскости проекций, например Π_4 параллельно AB , а Π_5 перпендикулярно AB .

На плоскость Π_5 прямая AB проецируется в точку. Длина перпендикуляра, опущенного из этой точки на проекцию прямой, и определяет кратчайшее расстояние между двумя скрещивающимися прямыми AB и CD .

Задача 3. Способом замены плоскостей проекций определить натуральную величину треугольника (рис. 2.8).

Решение.

Для решения задачи необходимо выполнить два преобразования плоскости: сначала преобразовать плоскость общего положения в проецирующую, затем в плоскость уровня.

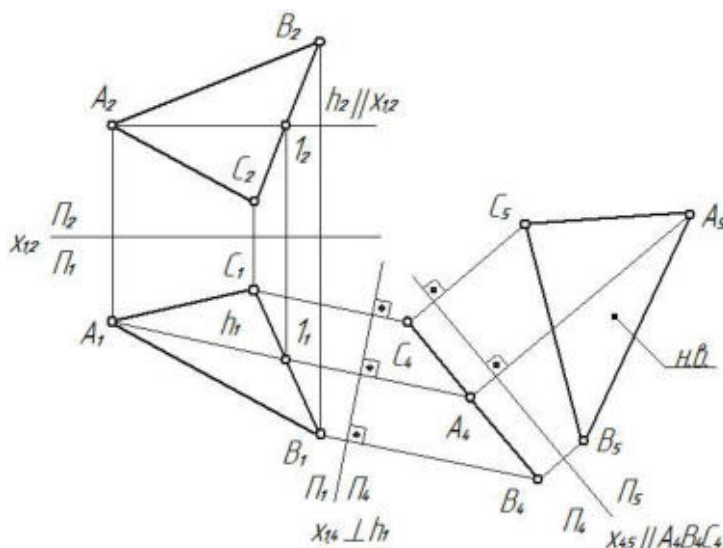


Рисунок 2.8 – Определение натуральной величины треугольника

Задача 4. Способом замены плоскостей проекций определить натуральную величину двугранного угла (рис. 2.9).

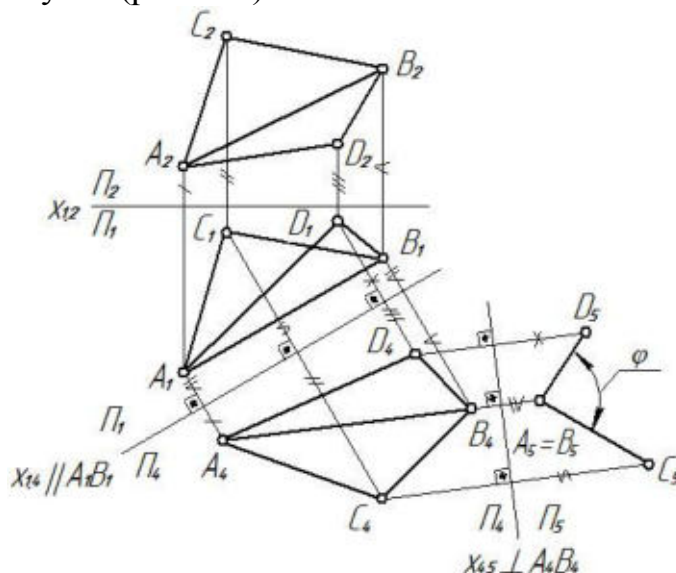


Рисунок 2.9 – Определение натуральной величины двугранного угла

Решение.

Двугранный угол измеряют линейным углом, полученным в пересечении граней двугранного угла плоскостью, перпендикулярной обеим граням двугранного угла, а следовательно, и линии их пересечения, т.е. ребру двугранного угла. В приведенном примере это ребро АВ преобразовано в прямую уровня относительно плоскости Π_4 и в проецирующую прямую относительно плоскости $\Pi_5 - AB \perp \Pi_5$.

3 Поверхности

3.1 Определение точек на поверхности многогранников

Многогранником называется геометрическое тело, поверхность которого состоит из нескольких плоскостей. Плоские фигуры, ограничивающие многогранник, называются гранями. Грани пересекаются между собой по прямым линиям, которые называются ребрами. Ребра пересекаются в точках – вершинах многогранника. В общем случае изображение многогранника на комплексном чертеже сводится к построению его ребер и вершин.

Среди многогранников выделяют призмы и пирамиды.

Призмой называется многогранник, у которого боковые грани – прямоугольники или параллелограммы, а основаниями служат два равных многоугольника.

Пирамидой называется многогранник, у которого боковые грани – треугольники, имеющие общую вершину, а основание – плоский многоугольник.

На рисунке 3.1 дано изображение призм и пирамид, показано построение проекций точек, лежащих на поверхностях геометрических тел.

Определение проекций точек на поверхности призм не представляет затруднений, т.к. все грани призм являются плоскостями уровня или проецирующими плоскостями.

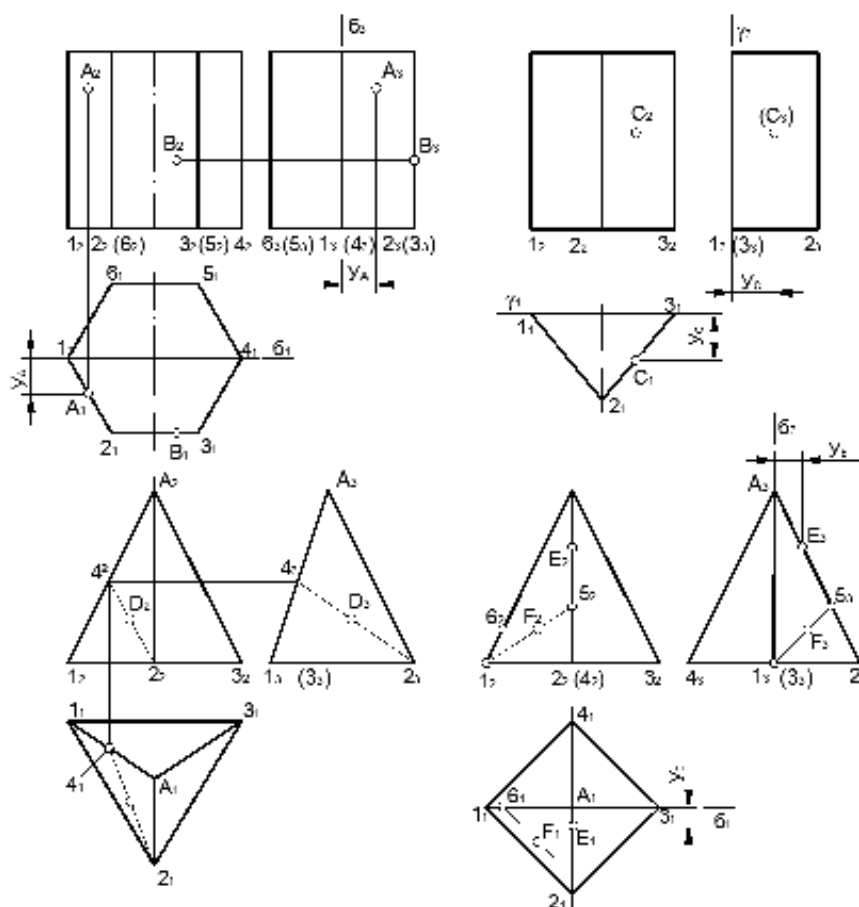


Рисунок 3.1 – Определение проекций точек на поверхностях многогранников:

- а) на поверхности шестиугольной призмы; б) на поверхности треугольной призмы;
- в) на поверхности треугольной пирамиды; г) на поверхности четырехугольной пирамиды

Определение проекций точек на гранях пирамид, являющихся плоскостями общего положения, проводится с помощью вспомогательных прямых (точка D на прямой 2-4 на рисунке 3.1в и точка F на прямой 1-5 на рисунке 3.1г) или методом вспомогательных секущих плоскостей (точка E на рисунке 3.1г). В качестве вспомогательных секущих плоскостей обычно выбирают плоскости уровня. В рассматриваемом случае выбрана горизонтальная плоскость, пересекающая ребро A1 в точке 6. В сечении такой плоскостью образуется фигура, подобная фигуре основания.

3.2 Сечение многогранников плоскостью

На рисунке 3.2 показано построение фигур сечения многогранников проецирующими плоскостями.

В результате пересечения многогранника плоскостью образуется плоская фигура, которая называется сечением многогранника. Линия, ограничивающая фигуру сечения, называется линией пересечения. Фигура сечения многогранника плоскостью представляет собой плоский многоугольник.

Общий прием построения проекций сечения многогранников плоскостью сводится к нахождению проекций точек пересечения ребер многогранников с данной плоскостью. При построении сечения многогранной поверхности плоскостью можно также находить линии пересечения граней многогранника (плоскостей) с секущей плоскостью.

Таким образом, в общем случае задачу нахождения линии пересечения поверхности многогранника плоскостью можно свести либо к задаче нахождения точки пересечения прямой с плоскостью, либо к задаче нахождения линии пересечения плоскостей.

В задачах часто требуется определить натуральную величину фигуры сечения многогранника плоскостью. Если секущая плоскость является плоскостью общего положения или проецирующей, то фигура сечения ни на одну из плоскостей не проецируется в натуральную величину. В этих случаях для нахождения натуральной величины фигуры сечения пользуются одним из способов преобразования проекций.

На рисунке 3.2 натуральная величина сечений призмы и пирамиды определена способом замены плоскостей проекций.

3.3 Взаимное пересечение многогранников

Линией пересечения многогранников является пространственная ломаная линия, состоящая из отрезков. Множество точек, общих для обоих многогранников, можно получить двумя способами, комбинируя их между собой или выбирая тот, который в зависимости от условий задания имеет более простые построения. Искомая линия может быть определена и с помощью точек пересечения ребер одного многогранника с гранями второго, соединяя их последовательно ломаной линией, и с помощью отрезков прямых, по которым пересекаются грани заданных многогранников.

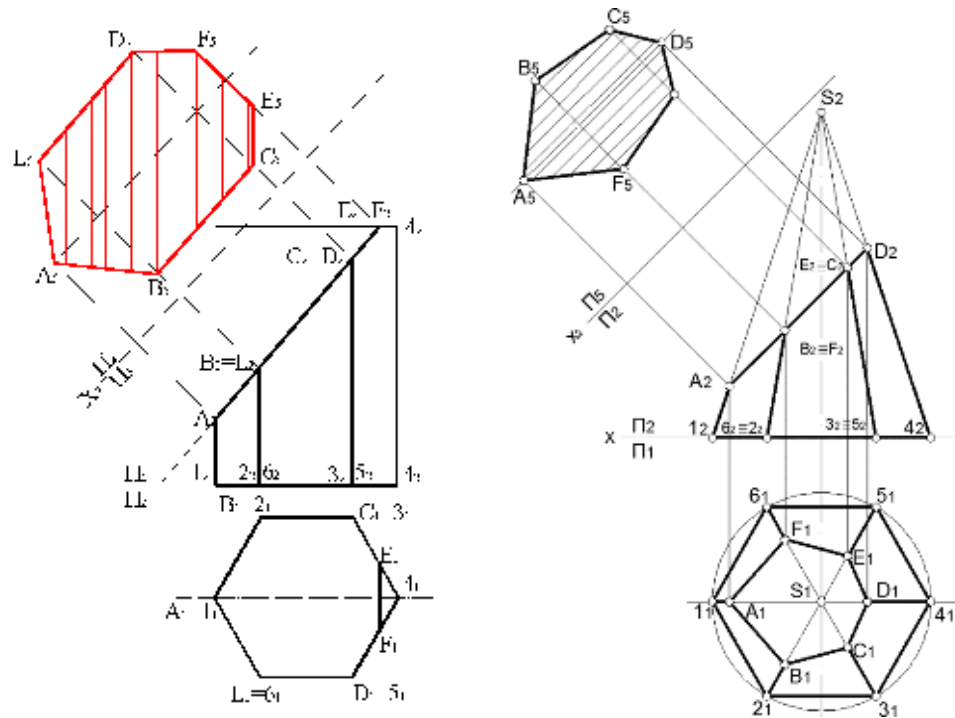


Рисунок 3.2 Определение величины сечения призмы и пирамиды фронтально-проецирующей плоскостью

В качестве примера построения линии пересечения многогранников на рисунке 3.3 приведен пример построения двухкартинного чертежа треугольной пирамиды с призматическим отверстием.

Опорные точки заданного призматического отверстия отмечены на фронтальной проекции пирамиды (рис. 3.3). Положение горизонтальных проекций этих точек определено с помощью вспомогательных секущих плоскостей α , β и γ .

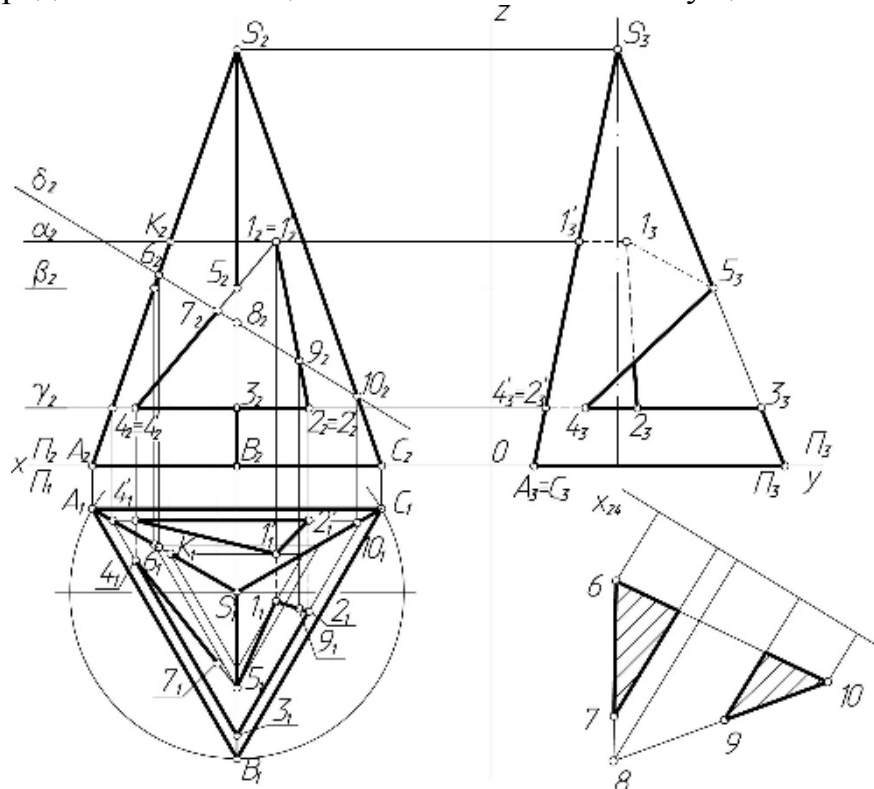


Рисунок 3.3 – Построение линии пересечения пирамиды с призматическим отверстием

Для построения точек 1 и 1' проведена вспомогательная горизонтальная плоскость α , которая пересекла грани пирамиды по прямым, образующим треугольник, подобный треугольнику ABC, лежащему в основании пирамиды. Для построения треугольника использовали точку K – точку пересечения секущей плоскости с ребром SA. На горизонтальной плоскости Π_1 проекция треугольника проходит через K_1 параллельно сторонам основания пирамиды. На пересечении линий связи, проведенных из 1_2 и $1'_2$, с горизонтальной проекцией найденного сечения получены 1_1 и $1'_1$.

Аналогично построены горизонтальные проекции остальных точек, чтобы найти точки 2, 2', 3, 4 и 4' проведена вспомогательная секущая плоскость γ , а для точки 5 – плоскость β . Полученные проекции точек соединены последовательно в ломаную линию.

Профильные проекции $1'_3$, $2'_3$, $3'_3$ определены по их принадлежности грани ASC, проекции 3_3 и 5_3 лежат на проекции ребра S_3B_3 , а проекции точек 1_3 и 4_3 построены с помощью ординат Δy или по линиям проекционной связи.

Натуральная величина фигуры сечения пирамиды фронтально проецирующей плоскостью определена также способом замены плоскостей проекций (рис. 3.3).

На рисунке 3.4 рассмотрен пример построения сквозного призматического отверстия для правильной четырехугольной призмы.

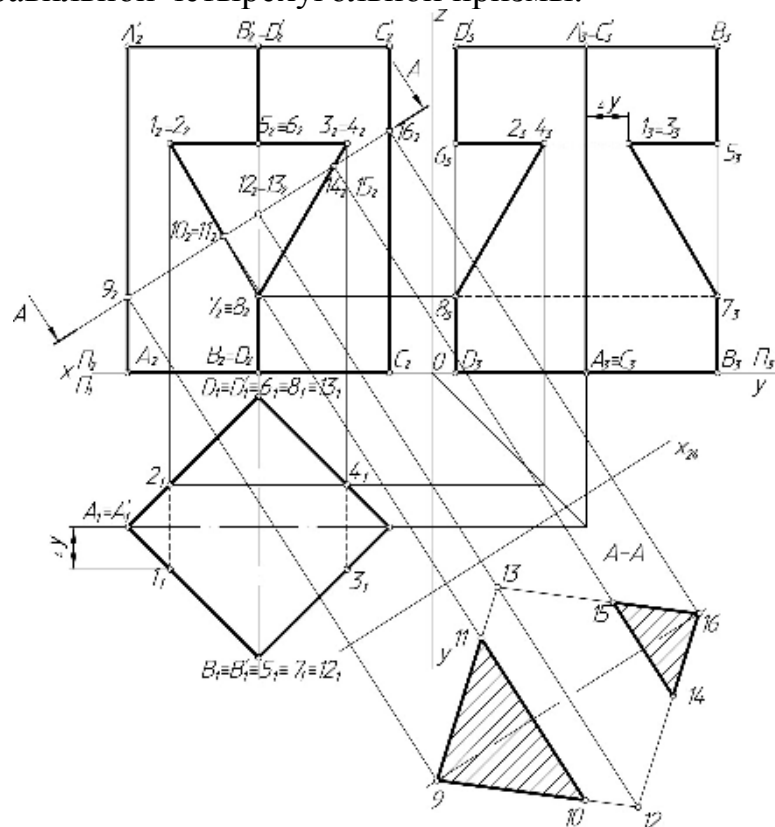


Рисунок 3.4 – Взаимное пересечение призмы с призматическим отверстием

3.4 Точки на поверхностях вращения

При большом разнообразии поверхностей вращения в машиностроении и архитектуре чаще всего встречаются следующие поверхности вращения: прямой круговой цилиндр; прямой круговой конус; сфера (шар); тор.

Поверхностью вращения называют поверхность, получаемую от вращения какой-либо образующей линии вокруг неподвижной прямой – оси поверхности.

Цилиндр – тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя параллельными основаниями. У прямого кругового цилиндра с вертикальной осью образующие перпендикулярны горизонтальной плоскости проекций. Точки на поверхности цилиндра находят с помощью образующих и линий проекционной связи (рис. 3.5).

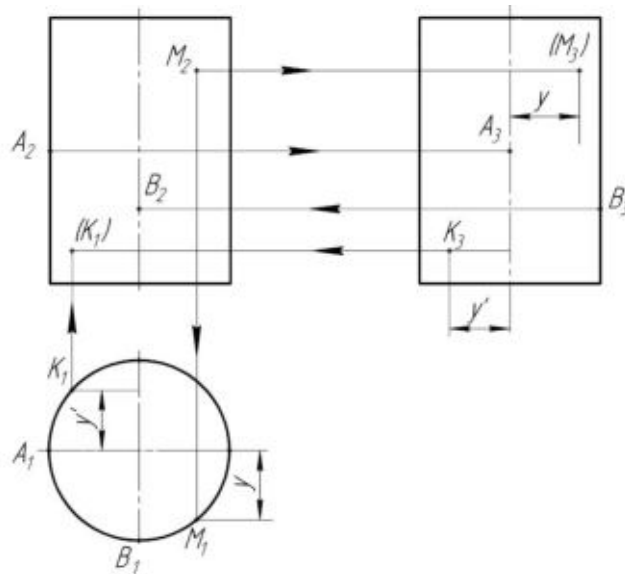


Рисунок 3.5 - Определение проекций точек на поверхности прямого кругового цилиндра

При определении положения проекций точек, расположенных на боковой поверхности цилиндра, следует учитывать их видимость при взгляде на плоскость проекций. При взгляде на плоскость проекций Π_1 все точки, расположенные на боковой поверхности прямого кругового цилиндра, считаются условно видимыми. При взгляде на плоскость проекций Π_2 видимы точки, расположенные ниже горизонтальной оси в плоскости Π_1 и справа от оси в плоскости Π_3 . При взгляде на плоскость проекций Π_3 видимы точки, расположенные слева от оси в плоскостях Π_1 и Π_2 . Невидимые проекции точек на рисунках заключены в скобки.

Прямой круговой конус можно рассматривать как тело, образованное вращением прямоугольного треугольника вокруг катета, принятого за ось вращения.

Проекции точек на поверхности конуса можно определять как с помощью образующих, так и методом вспомогательных секущих плоскостей горизонтальными плоскостями, образующими при пересечении с боковой поверхностью конуса окружности соответствующего диаметра (рис. 3.6).

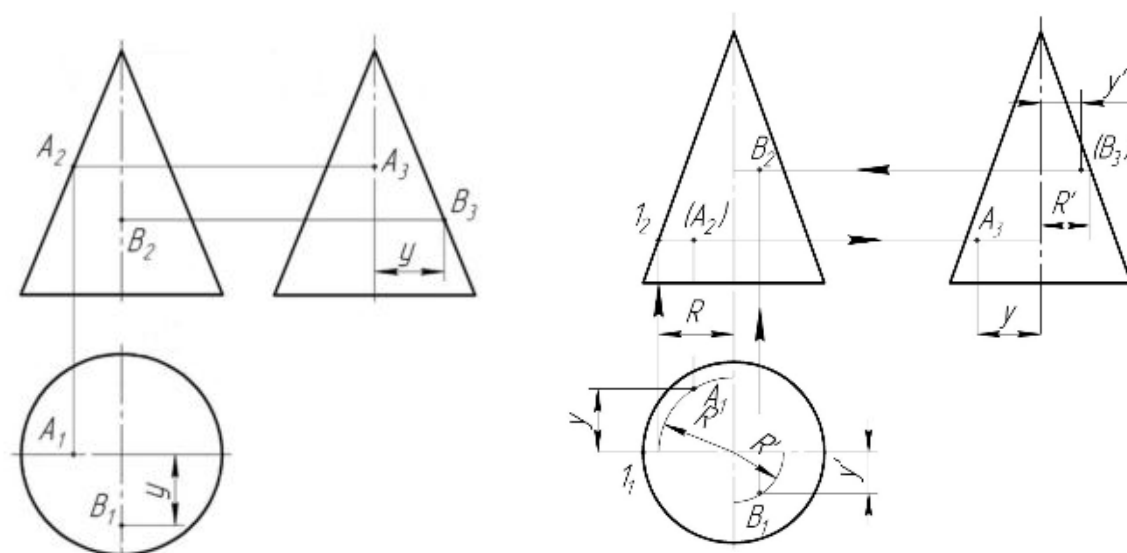


Рисунок 3.6 - Определение проекций точек на поверхности прямого кругового конуса

Сфера (шар) – поверхность, образованная множеством точек пространства, находящихся на равном расстоянии от данной точки (центра сферы). Сфера может быть образована вращением окружности вокруг диаметра.

Определение проекций точек на поверхности сферы проводят с помощью вспомогательных секущих плоскостей, параллельных плоскостям проекций (рис. 3.7).

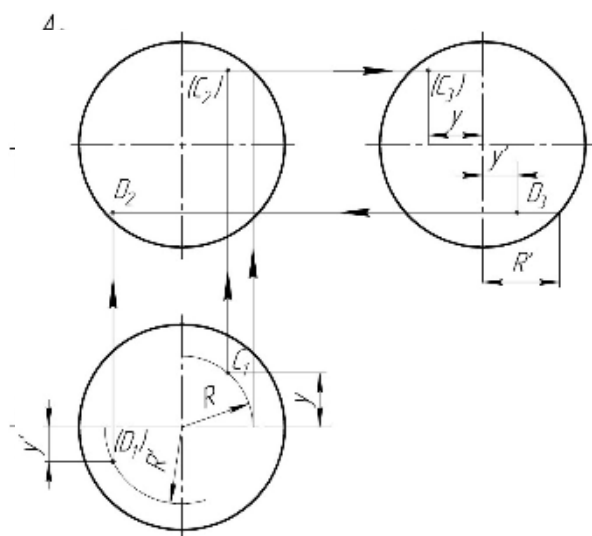


Рисунок 3.7 - Определение проекций точек на поверхности сферы.

В отличие от поверхности цилиндра и конуса для точек, расположенных на поверхности сферы, необходимо определять видимость при взгляде на горизонтальную плоскость проекций Π_1 . На плоскости Π_1 видимы точки, расположенные над экватором, в плоскостях Π_2 и Π_3 перед фронтальным и профильным меридианом соответственно.

3.4 Сечение тел вращения плоскостью

Сечение цилиндра плоскостью

При пересечении цилиндра вращения плоскостью, параллельной оси вращения, получается прямоугольник (рис. 3.8 а). Если секущая плоскость перпендикулярна к оси вращения, в результате сечения цилиндра этой плоскостью получается окружность (рис. 3.8 б). В общем случае, когда секущая плоскость наклонена к оси цилиндра, в сечении получается эллипс (рис. 3.8 в).

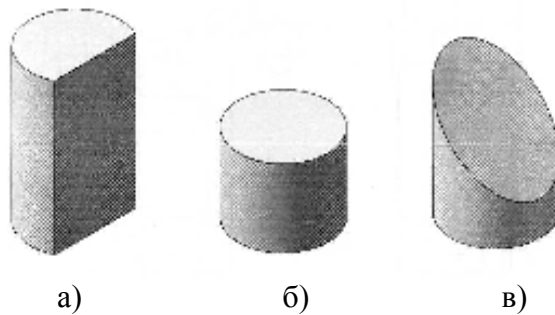


Рисунок 3.8 – Сечения цилиндра

Натуральную величину сечения определяют одним из способов преобразования чертежа. Определение натуральной величины фигуры сечения цилиндра на рисунке 3.9 выполнено способом замены плоскостей проекций.

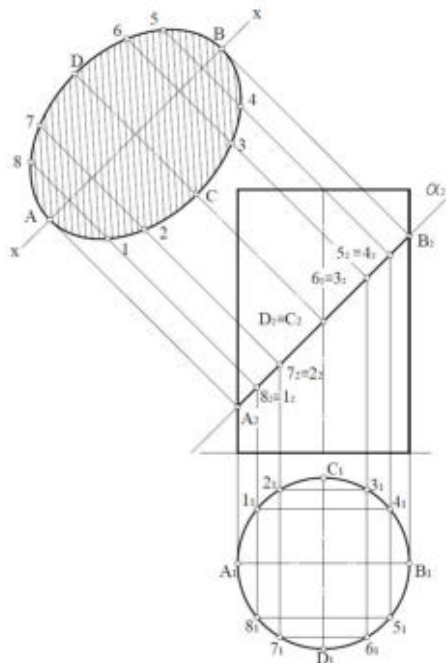


Рисунок 3.9 – Сечение цилиндра фронтально-проецирующей плоскостью

Сечение конуса плоскостью

На рисунке 3.10 представлены сечения конуса:

- а – треугольник, если секущая плоскость проходит через вершину конуса;
- б – круг, если секущая плоскость перпендикулярна оси конуса;
- в – эллипс, если секущая плоскость пересекает все образующие;
- г – парабола, если секущая плоскость параллельна только одной образующей;
- д – гипербола, если секущая плоскость перпендикулярна основанию.

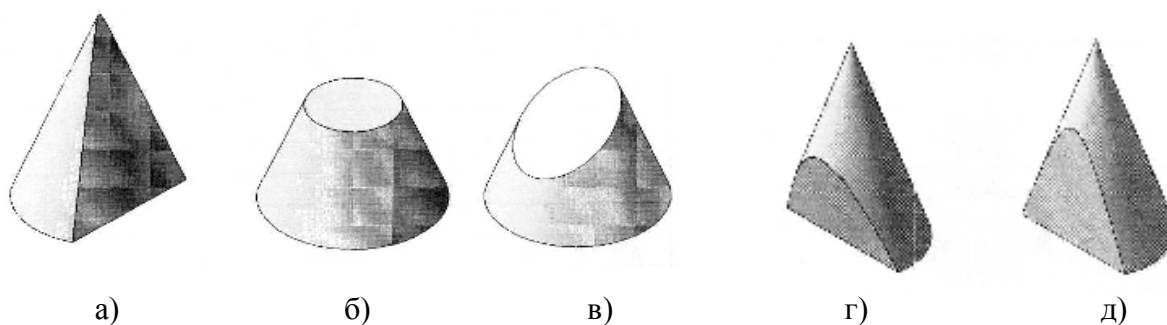


Рисунок 3.10 – Сечения конуса плоскостями

Определение натуральной величины фигуры сечения конуса на рисунке 3.11 выполнено способом замены плоскостей проекций.

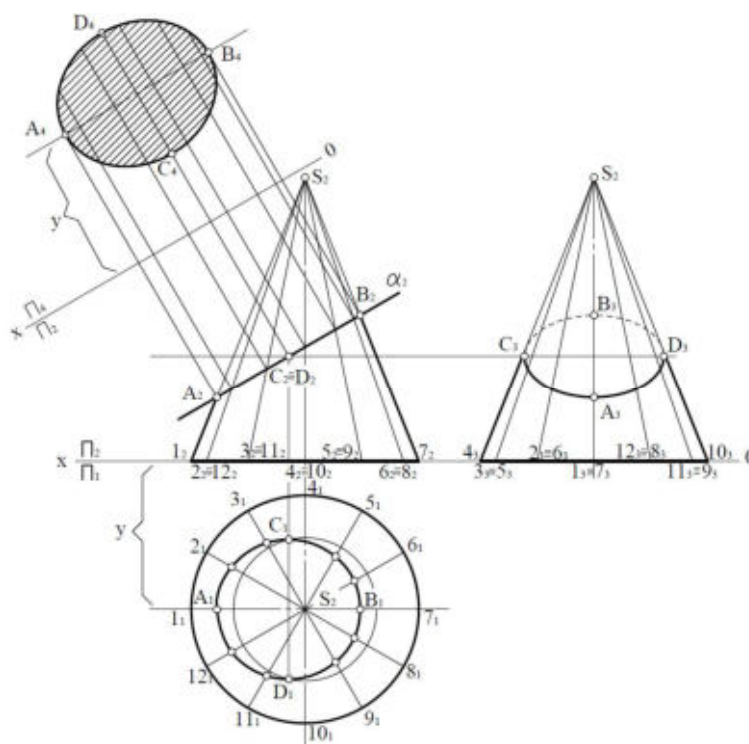
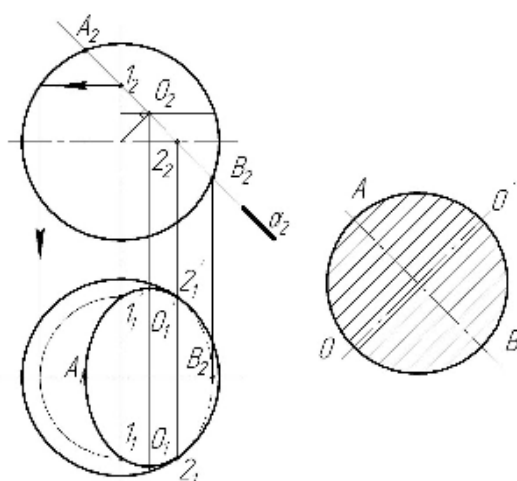


Рисунок 3.11 – Сечение конуса фронтально-проецирующей плоскостью

Сечение сферы плоскостью



При пересечении сферы любой плоскостью в сечении всегда получается окружность. На рис. 3.12 показано построение сечения сферы фронтально-проецирующей плоскостью α .

Радиус окружности сечения определяется с помощью перпендикуляра, опущенного из центра проекции сферы на секущую плоскость. Радиус сечения $R = A_2O_2 = B_2O_2$.

Рисунок 3.12 – Сечение сферы

3.6 Пересечение тел вращения с многогранником

На рисунке 3.13 приведен пример построения линии пересечения прямого кругового конуса с призматическим сквозным отверстием.

Пересечение поверхности конуса с гранями отверстия дает дуги окружности 1-2 и 1-2', отрезки параболы 2-3 и 2-3', отрезки эллипса 3-4 и 3-4', отрезки гиперболы 1-4 и 1-4'.

Опорными точками являются: точка 1, лежащая на фронтальном меридиане, и точки 5, 5', 11 и 11', находящиеся на профильном меридиане, остальные точки линии пересечения находят с помощью метода вспомогательных секущих плоскостей. Для рассматриваемой задачи проводим горизонтальные плоскости α , β , γ , δ и σ , пересекающие поверхность конуса по окружностям соответствующего радиуса, например, плоскость α пересекает поверхность конуса по окружности радиуса R_1 , а плоскость δ – радиуса R_2 . Точки линии пересечения отверстия с конусом находят на пересечении соответствующих окружностей с горизонтальными проекциями линий пересечения вспомогательных секущих плоскостей с гранями отверстия, например, точки 2-2' от плоскости α , точки 6, 6', 7, 7' от плоскости β , точки 8, 8', 9, 9' от плоскости γ и т.д.

Найденные точки переносят на профильную проекцию конуса, соединяют соответствующие точки и определяют видимость проекций линии пересечения.

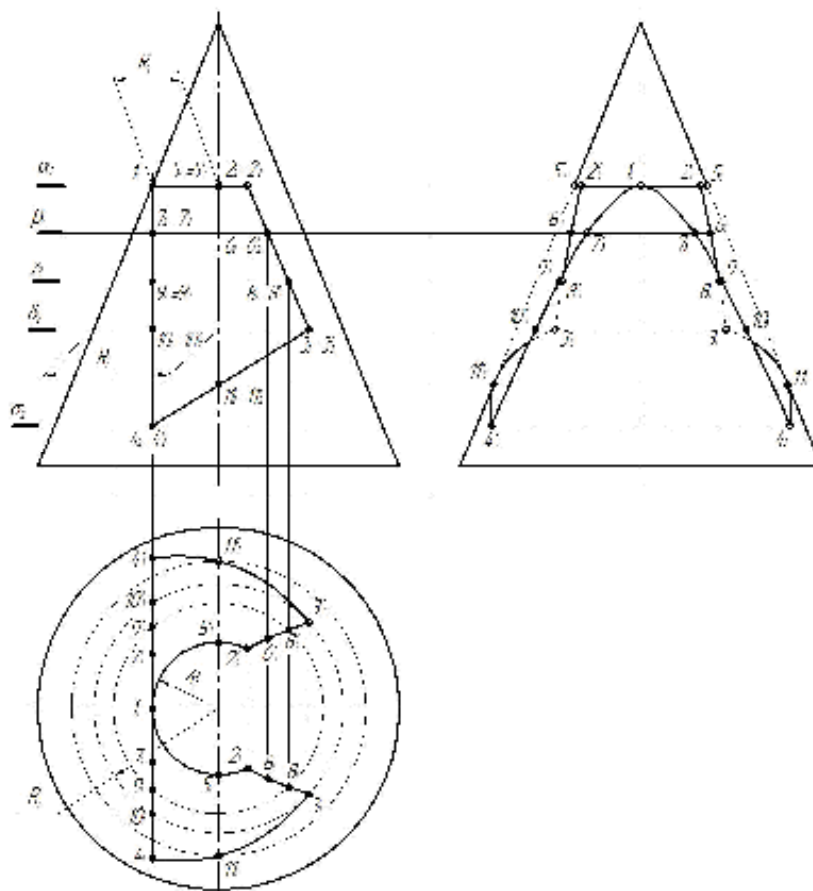


Рисунок 3.13 – Пересечение конуса с призматическим отверстием

Список литературы

1. Чекмарев, А.А. Начертательная геометрия и черчение: учебник / А.А. Чекмарев. – М.: ИД Юрайт, 2015. – 460 с.
2. Никитина, С.А. Оформление и представление текстовых и графических документов по техническим дисциплинам: учебное пособие для курсантов, студентов и слушателей всех специальностей и форм обучения высших образовательных учреждений МЧС России / С.А. Никитина, В.П. Зарубин, П.В. Пучков, А.Н. Макурин, С.А. Гарелина, О.В. Токарева. – Иваново: ООНИ ЭКО ФГБОУ ВПО ИВИ ГПС МЧС России, 2014. – 108 с. (гриф МЧС).
3. Никитина, С.А. Начертательная геометрия: учебное пособие для самостоятельной работы обучающихся / С.А. Никитина, И.А. Легкова, В.П. Зарубин, В.Е. Иванов. – Иваново: ООНИ ИВИ ГПС МЧС России, 2014. – 93с.
4. Легкова, И.А. Инженерная графика: линии и шрифты: учебно-методическое пособие / И.А. Легкова, С.А. Никитина, В.П. Зарубин, П.В. Пучков. – Иваново: ООНИ ИВИ ГПС МЧС России, 2014. – 41с.
5. Никитина, С.А. Решение позиционных и метрических задач по начертательной геометрии: учебно-методическое пособие для курсантов, студентов и слушателей / С.А. Никитина, И.А. Легкова, В.П. Зарубин, В.Е. Иванов. – Иваново: ООНИ ЭКО ИПСА ГПС МЧС России, 2015. – 53 с.
6. Никитина, С.А. Способы преобразования комплексного чертежа: методические указания для курсантов, студентов и слушателей / С.А. Никитина, И.А. Легкова. – Иваново: ООНИ ИВИ ГПС МЧС России, 2010. – 39 с.
7. Легкова, И.А. Начертательная геометрия: многогранники: учебно-методическое пособие для курсантов, студентов и слушателей / И.А. Легкова, С.А. Никитина, В.П. Зарубин, В.Е. Иванов. – Иваново: ООНИ ИВИ ГПС МЧС России, 2015. – 51 с.
8. Мельников, А.А. Поверхности вращения: Учебно-методическое пособие для курсантов и студентов/ А.А. Мельников, С.А. Никитина, И.А. Легкова, В.В. Смирнов. – Иваново: ООНИ ИВИ ГПС МЧС России, 2012. – 55 с.
9. Образовательный сервер Ивановской пожарно-спасательной академии ГПС МЧС России. – Режим доступа: <http://192.168.32.106/eduserver/>
10. Электронная библиотека академии <http://Bibliomchs37.ru>.
11. Единая ведомственная электронная библиотека МЧС России сеть Интранет по адресу: 10.46.0.45.